فاعلية وحدة تعليمية مقترحة قائمة على التمثيلات المتعددة في تنمية التفكير الرياضي والقدرة على اكتشاف الأنماط الرياضية لدى طلاب الصف الثاني الإعدادي

إعـــداد

د/ السيد عبد العزيز محمد عويضة

مدرس المناهج وطرق تدريس الرياضيات

كلية التربية – جامعة كفر الشيخ

فاعلية وحدة تعليمية مقترحة قائمة على التمثيلات المتعددة في تنمية التفكير الرياضي والقدرة على اكتشاف الأنماط الرياضية لدى طلاب الصف الثاني الإعدادي

إعداد

د/ السيد عبد العزيز محمد عويضة

مدرس المناهج وطرق تدريس الرياضيات

كلية التربية – جامعة كفر الشيخ

ملخص البحث

هدف البحث الحالي إلى بناء وحدة تعليمية مقترحة قائمة على التمثيلات المتعددة لطلاب الصف الثاني الإعدادي، وتحديد فاعليتها في تنمية قدرتهم على اكتشاف الأنماط الرياضية، وتنمية قدرة الطلبة على التفكير الرياضي، كما هدف إلى تحديد العلاقة بين قدرة الطلاب على اكتشاف الأنماط الرياضية وقدرتهم على التفكير الرياضي، ولذا تم بناء الوحدة التعليمية المقترحة القائمة على التمثيلات المتعددة، وبناء اختبار الأنماط الرياضية، واختبار التفكير الرياضي، وتم اختيار عينة مكونة من ٧٢ طالبًا في الصف الثاني الإعدادي (٣٥ تجريبية، ٣٧ ضابطة)، وقام بتطبيق الاختبارات قبليًا على المجموعتين التجريبية والضابطة، ثم درست المجموعة التجريبية الوحدة التعليمية المقترحة، وبعد الانتهاء من التدريس، تم تطبيق الاختبارات على المجموعتين، وبعد الحصول على البيانات ومعالجتها إحصائيًا، توصل البحث الحالي إلى مجموعة من النتائج من بينها:

- أداء المجموعة التجريبية في التفكير الرياضي والانماط الرياضية أفضل من المجموعة الضابطة في الاختبار البعدي.
- أداء المجموعة التجريبية في الاختبار البعدي لكل من التفكير الرياضي والانماط الرياضية أفضل ادائهم في الاختبار القبلي.
- فاعلية الوحدة التعليمية المقترحة في تنمية قدرة طلاب المجموعة التجريبية على اكتشاف النمط العددي، والنمط الشكلي، والنمط الجدولي، والنمط الخطي، والأنماط الرياضية ككل بصفة عامة، وفي تنمية قدرة الطلاب على بعض مكونات التفكير الرياضي وهي: التخمين والاستقراء.
- عدم فاعلية الوحدة التعليمية المقترحة في تنمية قدرة طلاب المجموعة التجريبية على اكتشاف النمط اللفظي، والنمط التربيعي، وعلى بعض مكونات التفكير الرياضي وهي: التفكير البصري، والتفكير المنطقي، والتفكير الرياضي ككل.
- وجود علاقة ارتباطية موجبة ودالة إحصائيًا بين أداء طلاب المجموعة التجريبية على اختبار التفكير الرياضي وأدائهم على اختبار الأنماط الرياضية.
- عدم وجود علاقة ارتباطية دالة إحصائيًا بين بعض مكونات التفكير الرياضي وبعض الأنماط الرياضية.

وقد أوصى البحث بضرورة تضمين موضوعي الأنماط الرياضية ومهارات التفكير الرياضي لمنهج الرياضيات بالصفوف 9-K.

الكلمات المفتاحية: الأنماط الرياضية، التفكير الرياضي، التمثيلات المتعددة ،وحدة تعليمية، الأنماط.

The effectiveness of a suggested educational unit based on multiple representations in developing mathematical thinking and the ability to discover mathematical patterns in second-year Preparatory school students.

Abstract

The aim of the current research is to build a proposed educational unit based on the multiple representations of second-year Preparatory school students, and to determine its effectiveness in developing their ability to discover mathematical patterns and developing their mathematical thinking, it also aimed at determining the relationship between students' ability to discover mathematical patterns and their mathematical thinking. The proposed educational unit based on multiple representations, the mathematical patterns test and the mathematical thinking test had been built. a sample of 72 students in the second-year Preparatory school (35 experimental, 37 control) had been selected, and tests were applied on the experimental and control groups (pre-test), then the proposed educational unit was taught to the experimental group, after completion of the teaching process, tests were applied on the two groups(post- test).Statistical analysis of the data, has revealed a number of results:

- The performance of the experimental group in mathematical thinking and mathematical patterns is better than the performance of the control group in the post- test.
- The performance of the experimental group in mathematical thinking and mathematical patterns in the post test is better than the pre- test.
- The effectiveness of the proposed educational unit in developing the ability of the experimental group students to discover the numerical, shape, table, linear, and mathematical patterns as a whole, and in developing the students' ability to some components of mathematical thinking: guess and induction.
- The proposed educational unit wasn't effective in developing the ability of the experimental group students to discover the verbal and the quadratic patterns, and in some components of mathematical thinking: visual, logical, and mathematical thinking as a whole.
- There is a positive and statistically significant correlation between the performance of the experimental group students in the mathematical thinking and their performance in the mathematical patterns test.
- There is no statistically significant correlation between some components of mathematical thinking and some mathematical patterns.

The research recommended that the mathematical patterns and thinking skills should be involved in the curriculum during grades K-9.

Keywords: mathematical patterns, mathematical thinking, multiple representations, educational unit, patterns.

مقدمة:

تعد الرياضيات مجالا خصبًا من أهم المجالات العلمية التي يمكن من خلالها تنمية التفكير، ولذلك ينبغي إتاحة فرصًا متعددة للطلاب لكي يمارسوا التفكير أثناء دراستهم للرياضيات بصفة عامة، وللأنماط الرياضية بصفة خاصة، حيث يعد تمييز العلاقات والأنماط واكتشافها عمل متأصل في الرياضيات، يساعد الطلاب على رؤية العلاقات بين المفاهيم الرياضية المختلفة، فدراسة الأنماط الرياضية يمثل نقطة بداية لتدريب الطلبة على التنبؤ والاستنتاج والتعميم، وتمييز الأنماط الرياضية بتمثيلاتها المختلفة العددية والشكلية والجدولية واللفظية وغيرها، كما أن التدريب على الأنماط الرياضية بتمثيلاتها المختلفة في مناخ وبيئة مدرسية مناسبة، سوف يساعد الطلبة على التعلم والتقدم في اكتشاف الأنماط والتوسع فيها، وينمي لديهم القدرة على رؤية الموقف الواحد بصور مختلفة، وربما يساعد المعلم أيضًا على تطوير بيئة التعلم لتصبح أكثر تحفيزًا، وأكثر تحديًا للطلبة، وتجعلهم أكثر نشاطًا، وأكثر حماسًا، وتكون جذابة بصورة أكبر، وربما تساعدهم على تكوين ميل نحو تعلم الرياضيات.

كما أن الرياضيات كعلم هي دراسة منهجية للأعداد والأشكال والبنية والعلاقات والحركة وغيرها من المفاهيم، ويمكن القول بأنها تطوير وتطبيق إجراءات التفكير مع تلك المفاهيم، وتستخدم الرياضيات الحجج المنطقية الصارمة لتحديد الحقيقة على أساس من الافتراضات أو البديهيات المقبولة، كما أنها تطبق هذه المنهجية على العالم الحقيقي(Devlin,2012, 1) ، وتعتمد الرياضيات على المنطق والإبداع، ويكمن جوهر تعلمها في جمالها، والتحدي الفكري الذي توجده للآخرين من المتخصصين أو غير المتخصصين على حدٍ سواء، وهي تلعب دورًا محوريًا في الثقافة الحديثة ؛ ولذلك فإن التزود بالقدر المناسب والأساسي منها أمر ضروري لمحو الأمية العلمية، كما أن المعلمين والطلاب في حاجة دائما إلى إدراك معنى الرياضيات وفهم طبيعة التفكير الرياضي والتعرف على الأفكار والمهارات الأساسية في الرياضيات. (American Association for the Advancement of Science,1990,15).

والرياضيات هي علم تجريدي من إنتاج العقل البشري وإبداعه، وتهتم الرياضيات بتسلسل الأفكار والطرائق وأنماط التفكير، ويمكن النظر إليها بأنها طريقة ونمط في التفكير، فهي تنظم البرهان المنطقي، وتقرر احتمال صحة فرضية أو قضية ما، وهي لغة تستخدم تعابير ورموز محددة ومعرفة بدقة، وهي معرفة منظمة في بنية لها أصولها وتنظيمها وتسلسلها،

وهي تعني بدراسة الأنماط أي التسلسل والتتابع في الأفكار، وما تتضمنه من أعداد وأشكال ورموز، وهي فن جميل تتمتع فيه بالتسلسل وترتيب الأفكار وتناسقها (عقيلان،٢٠٠٠، ١١؛ أبو زينة، ٢٠١٠، ١٧-١٨).

كما إن جوهر الرياضيات هو البحث عن الأنماط في العالم، والبحث عن الأدوات التي تسمح لنا بالحصول على الأنماط، أو إبتكار أنماط جديدة، وبعض الأنماط التي نجدها يمكن أن تكون مفيدة، فمثلاً اكتشاف أنماط الهندسة الكسورية تم الاستفادة منه في رسوم الكمبيوتر، حيث تم الاعتماد على صور النمط الهندسي المتكرر في هذه الرسوم. (Henderson,2007, xv)، ويمكن الاستفادة من الأنماط في الخبرات الحياتية اليومية التي نمر بها، بالإضافة إلى الاستفادة منها في التفكير الرياضي وتعلم الرياضيات، فمثلا أي يوم في الحياة يسير وفقًا لبنية محددة، والذي يمكن وصفه بانه نمط يومي ذو بنية منظمة تمنح الشعور بالقدرة على التنبؤ والاستنتاج (Ludwigsburg,2005, 445).

إن البحث عن الانتظام، والبحث عن البنية هو قلب الرياضيات، وذلك من أجل الحصول على أنماط، فالرياضيات هي علم استكشافي يسعى إلى فهم الأنواع المختلفة من الأنماط، مثل الأنماط التي إخترعها العقل البشري والأنماط الموجودة في الطبيعة، وحتى الأنماط التي تولدها أو تنتجها الأنماط الأخرى، ويشار للرياضيات ببساطة بأنها علم الأنماط، وهي تشمل كل الأنماط التي يبحث عنها علماء الرياضيات ومنها: الأنماط المتعلقة بالشكل، والعدد، والوقت، والحركة، والكلمات أو الألفاظ، والموقع، وغيرها، وقد قيل حيث توجد الحياة توجد الأنماط، وحيث توجد الأنماط توجد الرياضيات. (Nickerson, 2010,3).

وفي الواقع يعد اكتشاف الأنماط الرياضية نشاط محوري ليس فقط في جميع فروع الرياضيات، وإنما في جميع التخصصات العلمية، فالطلاب الذين يحاولون التعبير عن الأنماط المصورة رياضيًا، فهم في بداية الطريق بالنسبة لتعلم لغة الجبر، والإنخراط فيه، كما أن العمل مع أنماط التكرار في الصفوف الأولى والاستمرار فيه سيساعد هؤلاء الطلاب في تعلم الجبر(Lee & Freiman, 2006, 428). كما أن إدراك الطلاب لأهمية الأنماط في الرياضيات، وتدريبهم عليها سوف يساهم في إكسابهم أساليب سليمة في التفكير، وهي تعد من أهم أهداف تدريس الرياضيات (عبيد، المفتي، و إيليا، ١٩٨٩، ٣٨).

كما يعد إتاحة الفرصة للتلاميذ كي يمارسوا طرائق سليمة في التفكير مثل: التفكير الاستقرائي، والتأملي، والاستدلالي من أهم أهداف تدريس الرياضيات (شوق، ١٩٨٩، ١٦٧).

كما وتهدف دراسة الرياضيات أيضًا إلى إكساب الطلاب الأسلوب العلمي في التفكير من خلال الفهم والاستيعاب، ووضع الفرضيات واختبارها، والتطبيق، والملاحظة، والقياس والمقارنة، والاستنتاج، والتحليل، والتمييز، والاستقراء والاستدلال، والتقدير والتقريب، والتخطيط والبرهان (أبو سل، ١٩٩٩، ٣٨)، وكذلك يهدف تدريسها إلى تقبل القيم الجمالية فيها مثل: الاستمتاع بالتجريب في المواقف الرياضية المختلفة، وفي المتعة الناشئة من اكتشاف الأنماط وحل المشكلات، كما أن حب التلاميذ للرياضيات وتذوق جمالها لا يأتي فقط عن طريق معرفة دلالتها وتطبيقاتها في الحياة والعلوم الأخرى، ولكن أيضا عن طريق اكتشاف جمالها وقوتها المتمثلة في أنماطها وتركيباتها وتعميماتها، وهذا يأتي عن طريق جعل طرائق التدريس مرنة توفر للطلاب فرص اكتشاف أنماط الرياضيات وتركيباتها. (خضر، ١٩٨٤، ٢٠، ٥٠).

ويعد توظيف التمثيلات المتعددة في تدريس الرياضيات عملية قائمة على الربط بين مراحل تمثيل مختلفة، وهذه المراحل هي: الرموز، واللغة، والصور والأشكال، والمواقف الحقيقة، بحيث يمكن الانتقال من مرحلة لأخرى عبر نظام مترابط من التمثيلات يتكون من العمل اليدوي واللغة الرياضية والرموز ومواقف حقيقية من الحياة، وصور وأشكال مختلفة من التمثيلات، وهذا بدوره ربما يساهم في نمو المعرفة والتفكير الرياضي لدى الطلاب (البلاصي، وبرهم، ٢٠١٠، ٦). وربما يساعد توظيف التمثيلات المتعددة في تقديم الأنماط الرياضية على نمو تفكير الطلاب ومعارفهم وقدرتهم على اكتشاف الأنماط، فاستخدام التمثيلات المتعددة في تدريس الأنماط الرياضية سوف يساعد المعلم على تقديم النمط الواحد بتمثيلات متعددة، سواء كان تمثيل عددي، أو تمثيل بالشكل، أو تمثيل بالرسم البياني، أو تمثيل بالجدول، أوتمثيل لفظي، وربما يساعد ذلك في نمو أفكار الطلاب ومعارفهم الرياضية.

من خلال ما سبق تتضح أهمية كل من الأنماط الرياضية ومهارات التفكير كمكونات أساسية في دراسة، كما أن تقديم المفاهيم والعلاقات الرياضية بتمثيلات متعددة يساعد على تحقيق فهم الرياضيات واستيعابها بصورة أفضل، مما يكون له أثر إيجابي على تحصيل الطلاب في الرياضيات وإقبالهم على دراستها، وعلى الرغم من تلك الأهمية للأنماط الرياضية والتفكير الرياضي في دراسة الرياضيات، فلقد أشارت دراسات عديدة إلى ضعف الطلاب في اكتشاف الأنماط الرياضية، وفي التفكير الرياضي.

الإحساس بالمشكلة وتحديدها:

تتنوع مصادر الإحساس بمشكلة البحث، **فالمصدر الأول** للإحساس بمشكلة البحث هو الدراسات السابقة التي تناولت موضوع ضعف الطلبة في اكتشاف الأنماط الرياضية، ومنها دراسة (الابياري،١٩٩٨، ١٣٨) التي أشارت إلى ضعف طلاب الصف الثاني الإعدادي في اكتشاف الأنماط العددية، وكذلك أكدت دراسة كل من (سليمان، ٢٠٠٢، ٤٥٢)، (الرفاعي ٢٠٠٩، ٢٨٩) على ضعف الطلاب في حل مسائل الأنماط، وقد أوصت هذه الدراسات بضرورة تضمين موضوع الأنماط الرياضية في منهج الرياضيات المدرسية عبر الصفوف الدراسية المختلفة، ودراسةDu) (Plessis,2018, 10 والتي أشارت إلى أن منهج الرياضيات ووثائق المنهج ومحتوى الكتب وممارسات التدريس ومصادره في جنوب أفريقيا تكشف عن ندرة الأنشطة التي تتعامل مع التفكير الجبري وإدراك العلاقات واكتشاف الأنماط، ولذلك اقترحت تقديم التفكير الجبري في صفوف المرحلة الابتدائية تحت مسمى الجبر المبكر، ودراسة(Karadengz,&Yildiz, 2016, 526) التي أوصت بإعطاء مجال أكبر للأنماط بصورها المختلفة؛ حتى يكتسب الطلبة الخبرات في هذا المجال نظرًا لضعفهم فيه، ودراسة (Maglipong & Bongolto, 2017, 2117) التي أوصت الدراسة باستخدام الأنماط في فصول الرياضيات في جميع مراحل التعليم.

والمصدر الثاني من مصادر الإحساس بمشكلة البحث هو: التقييمات الدولية التي تشارك فيها الدول العربية، حيث لا تخلوا التقييمات الدولية مثل TIMSS من وجود الأنماط بتمثيلاتها أو صورها المختلفة (العددية، والهندسية، والجدولية، و...) في أي امتحان من إمتحاناتها عبر السنوات المختلفة منذ بدايتها في عام ١٩٩٥ وحتى الآن، وكذلك مهارات التفكير الرياضي بنسبة 20% من أسئلة الاختبار للصف الرابع الابتدائي، ٢٥% من أسئلة الاختبار للصف الثامن(Mullis & Martin ,2013,12)، وعلى الرغم من أن مستوى طلبة البحرين هو الثاني عربيًا، والخامس والعشرين دوليًا في نتائج الصف الثامن إلا أنه مازال أداء الطلبة ضعيف بوجه عام في اختباراتTIMSS، حيث بلغ متوسط أداء طلبة البحرين في الصف الثاني الإعدادي(الثامن) ٤٥٤ أقل من المتوسط العالمي وهو ٥٠٠ (Mullis, Martin, Foy, & Hooper, 2016,21)، وربما يرجع ذلك إلى أنهم لم يتعاملوا مع مهارات التفكير، ولم يتعاملوا مع الأنماط، ويتدربوا عليهما بصورة كافية تتناسب مع النسبة المخصصة لهما في هذه التقييمات الدولية، بحيث يتمكن الطلاب من تحقيق مستوى متقدم في

هذه التقييمات الدولية، ولذلك يجب الاهتمام بموضوعي الأنماط والتفكير الرياضي وتضمينهما لمنهج الرياضيات عبر الصفوف الدراسية المختلفة، مع الاهتمام بتدريسهما وتدريب الطلبة عليهما؛ حتى يمكن الارتقاء بمستوى الطلاب في هذه التقييمات الدولية، والأمثلة التي جاءت على الأنماط والتفكير في هذه التقييمات الدولية كثيرة، يمكن الرجوع إليها عبر الموقع الرسمي لـ IEA (الجمعية الدولية لتقييم التحصيل التربوي) وهو: https://www.iea.nl/studies/iea/timss/، كما توجد أيضًا مواقع كثيرة على الانترنت تنشر الفقرات المسموح بتداولها من الاختبارات السابقة.

والمصدر الثالث من مصادر الإحساس بمشكلة البحث هو دراسة استكشافية تم القيام بها؛ لتحديد مستوى طلبة الصف الثاني الإعدادي وقدرتهم على اكتشاف الأنماط والوصول إلى قاعدة النمط، وذلك بتطبيق اختبار على الطلبة، وقد تضمن الاختبار ثلاثة أسئلة أساسية (ملحق ١) حيث طلب الباحث من الطلبة الإجابة عن أربعة أسئلة فرعية لكل سؤال أساسي وهي: وصف النمط، تكملة كتابة الحد الخامس والسادس في النمط، كتابة الحد العاشر في النمط، كتابة قاعدة النمط، وقد طبق الاختبار على عينة من طلاب الصف الثاني الإعدادي (٣٢ طالبًا) في الفصل الدراسي الأول من العام الدراسي ٢٠١٦/٢٠١٧م، وجدول (١) يبين نتائج هذه الدراسة الاستطلاعية.

جدول (١) نتائج الدراسة الاستكشافية لمستوى الطلاب في اكتشاف الأنماط الرياضية

الاختبار	وصف النمط	تكملة النمط	التوسع في النمط	اكتشاف قاعدة النمط	متوسط الأداء على اختبار الأنماط
النسبة المئوية لمتوسط درجات الطلاب على الاختبار.	٢١,٩٪	٦٢,٥٪	٢٨,١٪	٦,٣٪	٢٩,٧٪

ويتضح من خلال نتائج هذه الدراسة الاستكشافية ضعف طلاب الصف الثاني الإعدادي في اكتشاف الأنماط العددية من حيث الوصف واكتشاف قاعدة النمط بدرجة كبيرة جدًا، وبدرجة متوسطة من حيث تكملة النمط بإيجاد الحد العاشر مثلاً (التوسع في النمط)، وبدرجة منخفضة في تكملة النمط بإيجاد الحد التالي مباشرة. وهذا يؤكد ضعف الطلاب في اكتشاف الأنماط الرياضية، وبصفة خاصة في الوصف واكتشاف قاعدة النمط.

والمصدر الرابع من مصادر الإحساس بمشكلة البحث هو التفكير الرياضي، وقدرة الطلبة على التفكير الرياضي، فإذا كان التفكير شيء أساسي وجوهري في دراسة الرياضيات

وممارستها، فهل لدى الطلاب القدرة على التفكير الرياضي بشكل صحيح، وللتحقق من ذلك، تم إجراء دراسة استكشافية بتطبيق اختبار يتضمن أربعة أسئلة تقيس التفكير الرياضي (ملحق ١) على عينة طلاب الصف الثاني الإعدادي (٣٦طالبًا) في الفصل الدراسي الأول من العام الدراسي ٢٠١٦/٢٠١٧م، ويوضح جدول (٢) نتائج ذلك.

جدول (٢) نتائج الدراسة الاستكشافية لمستوى الطلاب في التفكير الرياضي

الاختبار	التفكير البصري	التخمين	الاستقراء	التفكير المنطقي	متوسط الأداء على اختبار التفكير
النسبة المئوية لمتوسط درجات الطلاب على الاختبار.	٪١٨,٧٥	٪٢١,٨	٪٢١,٨	٪١٥,٦	٪٢١,٠٦

ويتضح من خلال نتائج هذه الدراسة الاستكشافية ضعف مستوى طلاب الصف الثاني الإعدادي في التفكير الرياضي ككل، وفي مكوناته الفرعية، حيث كانت نسبة الإجابة الصحيحة للطلاب متدنية وأقل من ٢٥% في كل مكون من مكونات التفكير الرياضي، وهذا يتفق مع ويؤكد نتائج اختباراتTIMSS والتي تشير بصفة دائمة إلى ضعف الطلاب في الإجابة عن أسئلة التفكير الرياضي منذ بدايتها في عام ١٩٩٥ وحتى الآن، وربما يرجع السبب في ذلك إلى الاهتمام بمحتوى الرياضيات من أعداد وعمليات وهندسة وقياس وجبر وإحصاء واحتمالات على حساب التفكير الرياضي وحل المشكلات.

من خلال ما سبق يتضح ضعف مستوى طلاب الصف الثاني الإعدادي في وصف واكتشاف الأنماط الرياضية، كما أتضح ضعف مستواهم أيضًا في التفكير الرياضي، وذلك من خلال نتائج الدراسة الاستكشافية، ومن خلال ما تؤكده نتائج التقييمات الدولية، والتي تشير دائما إلى ضعف مستوى الطلبة في مهارات التفكير الرياضي، والتي ربما يرجع السبب فيها إلى وجود فجوة في مناهج الرياضيات للصفوف من الأول الابتدائي حتى الثاني الإعدادي في موضوع الأنماط والتفكير، أو عدم التدريب الكافي للطلاب عليها والإهتمام بمحتوى الرياضيات من مفاهيم وعلاقات ومهارات على حساب تدريبهم على الأنماط الرياضية والتفكير الرياضي، ولذلك يهتم البحث الحالي بمحاولة سد هذه الفجوة المنهجية، أو معالجة ضعف الطلبة في اكتشاف الأنماط الرياضية والتفكير الرياضي، وذلك من خلال بناء وحدة تعليمية مقترحة في الأنماط الرياضية لطلاب الصف الثاني الإعدادي وتحديد مدى فاعليتها في تنمية قدرة الطلاب على اكتشاف الأنماط وتفكيرهم الرياضي، وكمحاولة لرفع مستوى الطلاب في التقييمات الدولية.

وفي ضوء ما سبق عرضه يمكن تحديد مشكلة البحث الحالي في: وجود قصور لدى طلبة الصف الثاني الإعدادي في اكتشاف الأنماط الرياضية وفي التفكير الرياضي. والبحث الحالي يحاول المساهمة في حل هذه المشكلة من خلال الإجابة عن التساؤل الآتي: ما الوحدة التعليمية المقترحة والتي يمكن أن تنمي القدرة على التفكير الرياضي وعلى اكتشاف الأنماط الرياضية لدى طلاب الصف الثاني الإعدادي؟

وبذلك يحاول البحث الحالي قياس **مدى فاعلية وحدة تعليمية مقترحة قائمة على التمثيلات المتعددة في تنمية التفكير الرياضي والقدرة على اكتشاف الأنماط الرياضية لدى طلاب الصف الثاني الإعدادي.**

أسئلـــــة البحـــــث:

بناءً على مصادر الإحساس بمشكلة البحث أمكن للباحث صياغة التساؤل البحثي الرئيس فيما يأتي:

- **ما مدى فاعلية وحدة تعليمية مقترحة قائمة على التمثيلات المتعددة في تنمية التفكير الرياضي والقدرة على اكتشاف الأنماط الرياضية لدى طلاب الصف الثاني الإعدادي؟**

ويتفرع من هذا السؤال الأسئلة الآتية:

١- ما الوحدة التعليمية المقترحة والقائمة على التمثيلات المتعددة والتي يمكن أن تنمي القدرة على التفكير الرياضي واكتشاف الأنماط الرياضية لدى طلاب الصف الثاني الإعدادي؟

٢- ما مدى فاعلية الوحدة التعليمية المقترحة والقائمة على التمثيلات المتعددة في تنمية القدرة على اكتشاف الأنماط الرياضية لدى طلبة الصف الثاني الإعدادي (عددي، شكلي، جدولي، لفظي، خطي، تربيعي، ككل)؟

٣- ما مدى فاعلية الوحدة التعليمية المقترحة والقائمة على التمثيلات المتعددة في تنمية مهارات التفكير الرياضي لدى طلبة الصف الثاني الإعدادي (بصري، تخمين، استقراء، منطقي، ككل)؟

٤- ما العلاقة الارتباطية بين القدرة على التفكير الرياضي والقدرة على اكتشاف الأنماط الرياضية لدى طلاب الصف الثاني الإعدادي ؟

فـــروض البحـــث:

في ضوء أسئلة البحث تم صياغة الفروض الآتية:

١- يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار الأنماط الرياضية (عددي، شكلي، جدولي، لفظي، خطي، تربيعي، ككل) بعديًا لصالح طلاب المجموعة التجريبية.

٢- يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية قبليًا وبعديًا على اختبار الأنماط الرياضية (عددي، شكلي، جدولي، لفظي، خطي، تربيعي، ككل) لصالح متوسط الدرجات البعدي.

٣- تتصف الوحدة التعليمية المقترحة بالفاعلية (نسبة الكسب المعدل لبلاك $\leq$ ١,٢) في تنمية قدرة طلاب الصف الثاني الإعدادي بالمجموعة التجريبية على اكتشاف الأنماط الرياضية (عددي، شكلي، جدولي، لفظي، خطي، تربيعي، ككل).

٤- يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار التفكير الرياضي (بصري، تخمين، استقراء، منطقي، ككل) بعديًا لصالح طلاب المجموعة التجريبية.

٥- يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية قبليًا وبعديًا على اختبار التفكير الرياضي (بصري، تخمين، استقراء، منطقي، ككل) لصالح متوسط الدرجات البعدي.

٦- تتصف الوحدة التعليمية المقترحة بالفاعلية (نسبة الكسب المعدل لبلاك $\leq$ ١,٢) في تنمية قدرة طلاب الصف الثاني الإعدادي بالمجموعة التجريبية على التفكير الرياضي (بصري، تخمين، استقراء، منطقي، ككل).

٧- توجد علاقة ارتباطية موجبة ودالة إحصائيًا عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين درجات طلاب المجموعة التجريبية على اختبار الأنماط الرياضية ودرجاتهم على اختبار التفكير الرياضي بعديًا.

أهـــداف البحـــث:

يهدف البحث الحالي إلى:

- التحقق من فاعلية الوحدة التعليمية المقترحة والقائمة على التمثيلات المتعددة لطلاب الصف الثاني الإعدادي في تنمية قدرتهم على اكتشاف الأنماط الرياضية.

- التحقق من فاعلية الوحدة التعليمية المقترحة والقائمة على التمثيلات المتعددة لطلاب الصف الثاني الإعدادي في تنمية قدرتهم على التفكير الرياضي.
- التحقق من وجود علاقة ارتباطية بين قدرة طلاب الصف الثاني الإعدادي على اكتشاف الأنماط الرياضية وقدرتهم على التفكير الرياضي.

أهميـــة البحـــث:

أ) الأهمية النظرية للبحث:

تتمثل أهمية البحث النظرية فيما يأتي:

- تقديم خلفية تربوية نظرية حول الأنماط الرياضية، والتفكير الرياضي، والتمثيلات المتعددة، ربما تسهم في توضيح أهمية كل منها، ودورها في تعليم الرياضيات وتعلمها، وإبراز أهمية توظيف التمثيلات المتعددة للأنماط الرياضية وعلاقة ذلك بتنمية القدرة على اكتشاف الأنماط الرياضية والتفكير الرياضي.
- فتح مجال البحث العلمي أمام الباحثين في إجراء دراسات جديدة تتناول بناء وحدات تعليمية للأنماط الرياضية لصفوف دراسية أخرى، ودراسة فاعليتها في نمو مهارات التفكير الرياضي بأنواعه المختلفة، وأثرها على تحصيل الطلاب في الجبر والتفكير الجبري، وغيرها من المتغيرات ذات الصلة.
- التأكيد على أهمية التمثيلات المتعددة ودورها في تبسيط الرياضيات والتخفيف من طبيعتها المجردة، وتقديم المفاهيم والعلاقات الرياضية بصورة مبسطة وواضحة للطلاب، ربما تعمل على تحسين استيعاب الطلاب لها، والتأكيد على أهمية التفكير الرياضي ودوره في مناهج الرياضيات، وفي تكوين شخصية الطالب وتنمية تفكيره، بما يساعده على التعامل مع المشكلات الحياتية والواقعية، والتأكيد على أهمية الأنماط الرياضية ودورها المحوري في مناهج الرياضيات، وارتباطها بدراسة الجبر، وعلاقتها الوثيقة بتنمية التفكير الرياضي.

ب) الأهمية العملية للبحث:

تتمثل أهمية البحث العملية فيما يأتي:

- إمداد مؤلفي المناهج بوزارة التربية والتعليم بصورة حقيقية حول واقع قدرة طلاب الصف الثاني الإعدادي على اكتشاف الأنماط والتفكير الرياضي، والاستفادة منها في سد الفجوة في المنهج المدرسي وتطوير أداء الطلاب في الاختبارات الدولية مثل اختبار TIMSS.

- تقديم وحدة تعليمية في الأنماط الرياضية بتمثيلاتها المختلفة لمؤلفي مناهج الرياضيات المدرسية، يمكن أن يتم الاستفادة منها عند تطوير منهج الرياضيات للصف الثاني الإعدادي، أو إعداد وحدات تعليمية مماثلة للصفوف الأخرى وتضمينها لمنهج الرياضيات، على أن يكون ذلك بصورة منظمة وليست عشوائية.
- تقديم وحدة تعليمية في الأنماط الرياضية بمدخل التمثيلات المتعددة، بغرض مواكبة التوجهات العالمية المعاصرة، وتقديم اختبار في الأنماط الرياضية، واختبار في التفكير الرياضي، يمكن للباحثين الاستفادة منها في عمل نماذج مماثلة أو استخدامها.
- تقديم وحدة تعليمية في الأنماط الرياضية، واختبار في الأنماط الرياضية، واختبار في التفكير الرياضي، يمكن للمعلم أو المشرف التربوي أن يستفيد منها بتقديمها للطالب، حيث أن الأسئلة المتضمنة بها تمثل تحدي فكري بالنسبة إلى الطالب، وربما تزيد من رغبته في تعلم الرياضيات.

حـــدود البحـــث:

يقتصر البحث الحالي على:

- عينة من طلاب مدرسة القضيبية الابتدائية الإعدادية للبنين بمحافظة العاصمة (المنامة) بمملكة البحرين.
- الفصل الدراسي الأول والفصل الدراسي الثاني من العام الدراسي ٢٠١٦/٢٠١٧م.
- التمثيلات الرياضية للأنماط الرياضية وتشمل: العددي، البصري، الجدولي، اللفظي.
- قياس قدرة طلاب الصف الثاني الإعدادي على اكتشاف الأنماط الرياضية (العددي، الشكلي، الجدولي، اللفظي، الخطي، التربيعي).
- قياس قدرة طلاب الصف الثاني الإعدادي على التفكير الرياضي بمهاراته المختلفة (التخمين، البصري، الاستقراء، التفكير المنطقي).

التصميم التجريبي ومتغيرات البحث:

تم استخدام التصميم التجريبي ذو المجموعتين التجريبية والضابطة بقياس قبلي وبعدي، وذلك بتطبيق أدوات الدراسة (اختبار الأنماط الرياضية، واختبار التفكير الرياضي) على كل من المجموعتين قبليًا، ثم تطبيق الوحدة التعليمية المقترحة على المجموعة التجريبية فقط. ثم تطبيق أدوات الدراسة (اختبار الأنماط الرياضية، واختبار التفكير الرياضي) على كل من المجموعتين

بعديًا، والمتغير المستقل في البحث الحالي هو الوحدة التعليمية المقترحة والقائمة على التمثيلات المتعددة، والمتغيرات التابعة هي التفكير الرياضي واكتشاف الأنماط الرياضية.

مصطلحـــات البحـــث:

من خلال الاطلاع على بعض الأدبيات التربوية والدراسات السابقة المرتبطة بموضوع البحث، تم تحديد المقصود بمصطلحات البحث فيما يأتي:

الأنماط الرياضية Mathematical Patterns:

هي تتابع منظم من الأعداد أوالأشكال أوالصور أوالجداول أوالألفاظ أو. ... وفقًا لعلاقة محددة، يمكن إدراكها وتحديدها للإجابة عن أسئلة محددة أو حل موقف مشكل.

اكتشاف الأنماط الرياضية:

هي قدرة طالب الصف الثاني الإعدادي على إدراك العلاقة بين حدود النمط ووصفها بدقة، وإدراك العلاقة بين قيمة الحد وترتيبه، وتحديدها بدقة، وتقاس قدرة الطلاب على اكتشاف الأنماط الرياضية بالدرجة التي يحصلوا عليها في اختبار الأنماط الرياضية المستخدم في البحث الحالي.

الوحدة التعليمية Educational Unit:

تعرف بأنها تنظيم للأنشطة التعليمية والمعارف في مجال الأنماط الرياضية، وتقدم للطالب بتمثيلات متعددة للنمط الرياضي (عددي، شكلي، جدولي، لفظي)، وتوفر فرص تعلم متنوعة لطالب الصف الثاني الإعدادي، بحيث يكون الطالب أثناء دراستها مشاركًا نشطًا، ومتفاعلًا مع الموقف التعليمي.

التفكير الرياضي Mathematical Thinking:

هو نشاط عقلي مرتبط بالرياضيات، ويستدل عليه من مهاراته الفرعية وهي: التفكير البصري، والتخمين، التفكير الاستقرائي، التفكير المنطقي، ويقاس بالدرجة التي يحصل عليها الطالب في اختبار التفكير الرياضي المستخدم في البحث الحالي.

التمثيلات المتعددة للأنماط Multiple Representation for Patterns:

يقصد بها أن النمط الرياضي يتم تمثيله بأنواع مختلفة من التمثيلات مثل: التمثيلات العددية أو الشكلية أو الجدولية أو اللفظية أوالرسوم البيانية، ويقدم للطالب عدة مرات بهذه الصورة في أثناء دراسة الوحدة التعليمية المقترحة.

الفاعلية Effectiveness:

يقصد بها مدى التحسن الذي يطرأ على قدرة طلاب الصف الثاني الإعدادي في اكتشاف الأنماط الرياضية بتمثيلاتها المختلفة، وقدرتهم على التفكير الرياضي بمكوناته المختلفة، وذلك بعد تطبيق الوحدة التعليمية المقترحة والقائمة على التمثيلات المتعددة، ويمكن اعتبار أن الوحدة التعليمية المقترحة فعالة إذا كانت نسبة الكسب المعدل ((Blacke Modifies Gain Ratio تتجاوز ١,٢، وغير فعالة إذا كانت أقل من ذلك.

الإطار النظري للبحث: الأنماط الرياضية والتفكير الرياضي والتمثيلات الرياضية:

يتناول هذا الجزء عرض الإطار النظري للبحث ودراساته السابقة في محاور ثلاثة هي: الأنماط الرياضية، التفكير الرياضي، التمثيلات الرياضية، من حيث توضيح لماهية كل منها وأهميته، والدراسات السابقة المرتبطة به فيما يأتي:

أولا: الأنماط الرياضية:

إن الرياضيات هي البحث عن الأنماط، حيث تقع الأنماط أو تحدث في العديد من المواقف، ويحتاج الطلاب إلى التدريب على التأمل في البيانات وفحصها بدقة ؛ لكي يمكنهم معرفة إذا ما كان هناك نمط أم لا، وبعض المشكلات سوف تكون حقيقية والنمط موجود على صورة متتابعة من الأعداد، وهنا نسأل الطلاب عن اكتشاف النمط وإيجاد قاعدته أو الصيغة الرياضية التي تعبر عنه، وأحيانا أخرى نطلب منهم الاستمرار في النمط عن طريق الاستمرار في المتتابعة بإيجاد الحد التالي أو الحدود التالية (عدد محدد من الحدود أو إيجاد حد معين)، وربما يتطلب البعض الآخر من المشكلات تكوين جدول أو قائمة لتنظيم البيانات ورؤية النمط، ولذلك فإن البحث عن الأنماط مفيد جدًا في حل المشكلات. (Posamentier & Krulik ,2009,71).

يعتبر الكثير من المتخصصين أن الأنماط هي قلب الرياضيات، وذلك أدى إلى أن تعريف الرياضيات بأنها علم دراسة الأنماط، ويرى (Devlin,2012,3) أن من يعمل بالرياضيات ويتخصص فيها، لابد له من أن يعمل بالأنماط فيحددها ويحللها، سواء كانت أنماط عددية، أوهندسية، أو أنماط الحركة والسكون، والسلوك، والتصويت، والتكرار، والاحتمال،...، ويمكن أن تكون هذه الأنماط حقيقية أو تخيلية، بصرية أو عقلية، ثابتة أو ديناميكية، نوعية أو كمية، نفعية أو ترفيهية، ويمكن أن تنشأ هذه الأنماط من العالم الطبيعي من حولنا أو من السعي وراء العلم والمعرفة أو من عمل العقل البشري، وأنواع الأنماط تؤدي

إلى فروع مختلفة من الرياضيات فمثلًا: دراسة الحساب ونظرية الأعداد ترتبط بأنماط العدد والعد، ودراسة الهندسة ترتبط بأنماط الشكل، ودراسة التفاضل والتكامل ترتبط بأنماط الحركة، ودراسة المنطق ترتبط بأنماط التفكير، ودراسة الاحتمالات ترتبط بأنماط الصدفة، ودراسة التوبولوجي ترتبط بأنماط التقارب والموقع.

ولقد أشارت وثيقة الأنماط والجبر للصفوف من ٤-٦ الصادرة عن وزارة التربية والتعليم بـ Ontario (Ministry of Education,2008,22-23) إلى أن الصفوف من ٤ – ٦ هي صفوف مهمة، وتمثل مرحلة إنتقالية بالنسبة للطلاب؛ لأنه يحدث فيها نمو في التفكير الرياضي لديهم، فهم قادرين على البحث عن الأفكار، والبناء على أفكارهم، ويكون لديهم القدرة على التعامل مع المفاهيم المجردة، ويتعلم الطلاب تعميم الأنماط دون الحاجة إلى رسم كل مرحلة وتسجيل كل حد من الحدود، كما يتطور لديهم الفهم الأكثر تجريدًا للنمط من خلال اكتشاف طرائق لوصف الحد العام لتسلسل النمط، فيمكن للطلاب اكتشاف قاعد نمط الأعداد الزوجية من خلال مضاعفة ترتيب الحد، والوصول للقاعدة العامة وهي: ٢ن، ونمط الأعداد الفردية والوصول للقاعدة العامة وهي: ٢ن-١، ويجب تعزيز بعض المهارات المرتبطة بالأنماط الرياضية لدى الطلاب عبر الصفوف من ٤ إلى ٦ من خلال تدريبهم على:

- توليد الأنماط
- توقع قيم الحدود في الأنماط.
- تحديد قيمة أي حد بالنظر إلى ترتيب الحد.
- قاعدة النمو في أنماط النمو المتزايد والمتناقص.
- وصف قاعدة النمط بالكلمات.
- وصف الأنماط باستخدام الجداول، القيم العددية، الأزواج المرتبة، الرسم.
- التمييز بين قيمة الحد وترتيبه في أنماط النمو.

وبالرجوع إلى بعض الأدبيات والدراسات السابقة المرتبطة بالأنماط الرياضية، والتي من بينها (Warren, 2005)، (Maglipong & Bongolto, 2017)، (Du ,2018) (Devlin,2012) (NCTM,1989) (NCTM ,2000)،Plessis (American Association for the (Ludwigsburg,2005) (Henderson,2007) Karadengz،Advancement of Science,1990) (& Yildiz ,2016)،(الرفاعي،

٢٠٠٩)، (سليمان، ٢٠٠٢)،(الإبياري،١٩٩٨)،(شعراوي، ١٩٨٥)، ويمكن أن نلخص جوانب التعلم التي يجب الاهتمام بها عند تدريس موضوع الأنماط عبر الصفوف المختلفة فيما يأتي:

- الأنماط المتكررة وتحديد وحدة النمط.
- وصف النمط.
- نسخ النمط أو تكراره بصورة أخرى.
- توسيع النمط بإيجاد حدود أخرى فيه.
- إنشاء نمط أو إبتكار نمط.
- ترجمة النمط من صورة إلى أخرى.
- التمثيلات المختلفة للأنماط
- تعرف الخطأ في النمط.
- إكمال الحدود الناقصة في النمط.
- اكتشاف العلاقة بين الحدود في النمط.
- اكتشاف صيغة رياضية للنمط تربط بين ترتيب الحد وقيمته.
- حل مشكلات تعتمد على اكتشاف النمط.

ويمكن تلخيص أهمية دراسة الطلبة للأنماط الرياضية في أنها تساعد على:

- تنمية قدرة الطالب الذهنية، وزيادة حماس الطلاب ودافعيتهم نحو التعلم.
- إدراك أن الرياضيات شيء يمكن اكتشافه والوصول إليه.
- الشعور بأن الرياضيات ممتعة وشيقة وجديرة بالدراسة.
- الشعور بالرضا عن النفس والثقة بها في حالة الوصول إلى الإجابة الصحيحة واكتشاف قاعدة النمط.
- إكتساب معلومات ومفاهيم رياضية أثناء اكتشاف قاعدة النمط.
- بقاء أثر المعلومات طالما اكتشف الطالب قاعدة النمط بنفسه.
- اكتساب اتجاهات إيجابية نحو الرياضيات طالما أن هناك اكتشافات ناجحة وإجابات صحيحة.
- تنمية قدرة الطالب على نقل المعلومات إلى مواقف جديدة وتطبيقها في مواقف متنوعة.
- إدراك الجانب الجمالي في الرياضيات.
- تنمية التفكير والمثابرة في معالجة المواقف الرياضية والحياتية.

وهناك العديد من التعريفات للأنماط الرياضية منها: أن النمط الرياضي هو أحد الأنشطة المكونة من متسلسلة من الأعداد أو الأشكال أو الرموز...، وتتطلب تلك الأنشطة التعرف على النمط واكتشافه والتعبير عنه لفظيًا ورمزيًا (الرفاعي، ٢٠٠٩، ٢٦٤)، وتعرف المقدرة على اكتشاف نمط عددي بأنها المقدرة على تحديد العلاقة العددية التي تربط بين سلسلة من الأعداد أو الأشكال المعطاة ضمن مشكلة، ثم استخدام تلك العلاقة في حل المشكلة (الإبياري، ١٩٩٨، ١١٦)، كما تعرف الأنماط الرياضية بأنها تتابع لظاهرة ما أو سلسلة من الأشياء أو الأعداد يمكن إدراكه والتعرف عليه والتعبير عنه في علاقات وقواعد رياضية تربط بين هذا التتابع أو السلسلة، ثم استخدام هذه العلاقة في حل مشكلة ما (سليمان، ٢٠٠٢، ٤٣١)، ويمكن للباحث تعريف الأنماط الرياضية بأنها تتابع منظم من الأعداد أو الأشكال أو الصور أو الجداول أو الألفاظ أو. ... وفقًا لعلاقة محددة، يمكن إدراكها وتحديدها للإجابة عن أسئلة محددة أو حل موقف مشكل.

وفي بداية تعلم الأنماط في المرحلة الابتدائية يمكن أن نستخدم مواد يدوية وحسية لتمثيل الأنماط، حيث يمكن توظيف العديد من المتغيرات لتكوين أنماط، ويجب أن يتعرف الأطفال على ما يسمى وحدة النمط المتكررة حتى يمكنهم إستنتاج الحد التالي في النمط، ومن بين المتغيرات التي يمكن استخدامها لتكوين أنماط في هذه المرحلة: الأشكال، الألوان، المقاسات، الحركة، التصنيفات المختلفة مثل أمام وخلف، كبير وصغير، طويل وقصير،. ...، والأعداد بحسب ما درس الطالب، والحروف بحسب ما درس الطالب، كما يمكن تقديم الأنماط من خلال لوحة المائة، أو أنماط العد القفزي للأمام أو الخلف بقفزات مختلفة، وهكذا يتم التدرج في دراسة الأنماط عبر الصفوف الدراسية المختلفة بحيث تتنوع تمثيلات هذه الأنماط بين العددي والمرتبط بالشكل والمرتبط بالتكرار والجدولي والبياني واللفظي،. .. إلى أن يكون الطالب في نهاية مرحلة التعليم الأساسي قادرًا على اكتشاف قاعدة النمط التي تربط بين ترتيب الحد وقيمته، سواء من الدرجة الأولى أو الثانية، ثم يبدأ الربط بين الأنماط والدوال الخطية والتربيعية، وينتقل الطالب بعد ذلك لدراسة المتتابعات والدوال والأنماط من الدرجة الثالثة والأنماط الأسية وغيرها في نهاية هذه المرحلة.

ولقد أشارت وثيقة معايير ومباديء الرياضيات المدرسية (NCTM,2000) إلى تدريس الأنماط عبر الصفوف المختلفة من رياض الأطفال وحتى الصف الثاني عشر، حيث خصصت

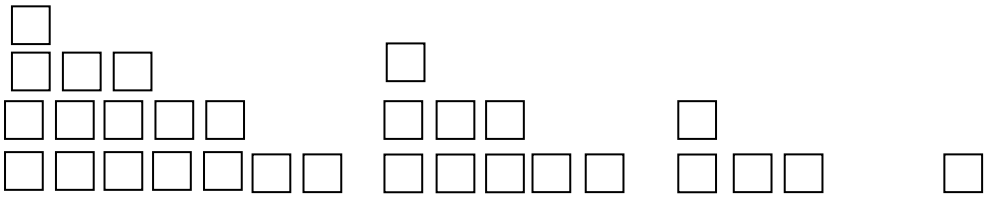
معايير للأنماط في مجال المحتوى (الأعداد، والجبر) وفي مجال العمليات (التفكير) وذلك نظرًا لأهمية الأنماط في دراسة الرياضيات وإرتباطها بتنمية التفكير، فمثلًا تضمنت معايير الجبر (NCTM,2000,222) للصفوف من ٦ – ٨ أن يتمكن جميع الطلبة من تمثيل وتحليل وتعميم أنماط متنوعة باستعمال الجداول والرسم البياني والكلمات أو الألفاظ والتعبير عن قاعدة النمط بالرموز كلما أمكن ذلك، وفي مجال التفكير (NCTM,2000,262) وتضمنت معايير التفكير جزء خاص بالأنماط أيضا يؤكد على تنمية قدرة الطلبة في الصفوف من ٦–٨ على فحص الأنماط والبنية لاكتشاف الانتظامات فيها، وقد عرضت الوثيقة العديد من الأمثلة على الأنماط الرياضية والقدرة على اكتشاف الصيغ والتعميمات، والتخمين من خلال ملاحظة الانتظام في النمط، ثم التحقق من صحة هذه التخمين، وبناء الحجج الرياضية وتقييمها، وذلك عبر الصفوف الدراسية المختلفة، والتي يمكن الرجوع إليها في هذه الوثيقة. (NCTM,2000, 38,92,93122,123,124,159,160,263,264)

كما أشارت وثيقة معايير المنهج والتقويم (NCTM,1989, 98) إلى أنه يجب أن يتضمن منهج الرياضيات للصفوف من الخامس حتى الثامن تقصي أنماط ودوال، وذلك حتى يتمكن الطلاب من: وصف وتوسيع وتحليل وابتكار أنماط كثيرة التنوع، ووصف وتمثيل العلاقات باستخدام الجداول والرسوم البيانية والقواعد، تحليل العلاقات الدالية؛ ليوضح كيف أن التغير في كمية ما ينتج عنه تغيرات في كميات أخرى، وكذلك يتمكن من استخدام أنماط ودوال لتمثيل مشكلات وحلها، كما عرضت الوثيقة أيضا العديد من الأمثلة (NCTM,1989,60,61,62,85,86,99,100)، يمكن الرجوع إليها لإدراك أهمية الأنماط في الرياضيات المدرسية.

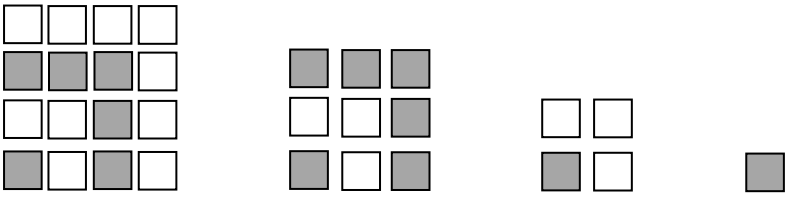
وتعد القدرة على اكتشاف الأنماط والعلاقات الرياضية مهارة تفكير، حيث تتطلب قدرة على قراءة المعلومات العددية أو الرمزية أو المتعلقة بالشكل أو اللفظية التي يتضمنها النمط، وذلك من أجل اكتشاف العلاقات التي تربط بين هذه المعلومات، وبالاستناد إلى معرفة رياضية ولغوية أساسية، وهي مهارة يمكن أن تتطور بالتدريب والممارسة والتوجيه، كما أن إتقانها في غاية الأهمية بالنسبة إلى الأداء على اختبارات التفكير الرياضي أو الاستعداد الرياضي مثل اختبارات SAT، ومع أن مهارة التعرف على العلاقات الرياضية لا تحتاج بالضرورة إلى معرفة رياضية متقدمة، إلا أن دراسات كثيرة تشير إلى ضعف عام لدى الطلبة في حل المشكلات التي تتطلب مهارة في اكتشاف العلاقات بين عناصر المشكلة. (جروان، ٢٠٠٧، ١٨٣ – ١٨٤).

كما يعد تقديم أنشطة تتضمن أنماط رياضية في صور مختلفة فرصة جيدة لتدريب الطلاب على الاستقراء والتخمين، واكتشاف العلاقات، والتعميم، كما يساعدهم هذا التدريب على اكتساب خبرات رياضية متعددة فيما يتعلق بالمهارات الأساسية، وبما يؤدي إلى تنمية مهارات التفكير لديهم، وزيادة قدرتهم على حل المشكلات، وتنمية قدرتهم في البحث عن الأنماط والوصول إليها في مواقف مختلفة. ويعد التعرف على العلاقات والأنماط الرياضية مهارة تتطلب قدرة على التفكير، وتتطلب قدرة على قراءة المعلومات العددية التي تتضمنها المشكلة من أجل اكتشاف العلاقات التي تربط بينها بالاستناد إلى معرفة رياضية أساسية، ولذا يجب تدريب الطلبة بصفة مستمرة على اكتشاف الأنماط في مواقف متعددة وعبر محتوى منهج الرياضيات بجميع مجالاته، وعبر جميع الصفوف الدراسية، وذلك من خلال توفير فرص ومواقف تحدي تعمل على تحفيز الطالب نحو التفكير بصورة إيجابية حتى يحل الموقف المشكل ويجد النمط الذي يبحث عنه، وسوف يؤثر ذلك على ثقة الطلبة بأنفسهم، ويدفعهم إلى تعلم الرياضيات من خلال دراسة الأنماط الرياضية، والتدريب على اكتشافها.

فمثلاً نواتج جمع الأعداد الفردية التي تبدأ بـ ١ تمثل نمط هو: ١، ١ + ٣، ١+ ٣ + ٥، ١+ ٣ + ٥ + ٧،. ..، وحينما نطلب من الطلاب الوصول إلى قاعدة تربط بين قيمة الحد وترتيبه، فيمكن إعادة كتابة النمط في تمثيلات مختلفة أو صور مختلفة حتى يستطيع الطلاب إدراك العلاقات التي يتضمنها هذا النمط، فيمكننا إعادة كتابة النمط في صورة تمثيل عددي جديد (النمط العددي) وهو: ١، ٤، ٩، ١٦،. ... ويمكن بسهولة على مستوى طالب المرحلة الإعدادية أو الثانوية اكتشاف أن هذا النمط هو عبارة n^2 (مربعات الأعداد) حيث n هي ترتيب الحد. ونلاحظ أيضا أن ناتج العدد الفردي الأول هو ١ = ١ ٢، وناتج جمع العددين الفرديين ١، ٣ هو ٤ = ٢٢، وناتج جمع الثلاثة أعداد الفردية الأولى هو ١+ ٣ + ٥ = ٣ ٢، وناتج جمع الأربعة أعداد الفردية الأولى هو ١+ ٣ + ٥ + ٧ = ٤ ٢، وهكذا فإن ناتج جمع أول ٥٠ عدد فردي هو ٥٠ ٢ = ٢٥٠٠، وهو ناتج مجموع ١ + ٣ + ٥ + ٧ +. ... + ٩٧ + ٩٩ وهو يساوي مربع نصف مجموع الحدين الأول والأخير، وناتج جمع أو ١٠٠ عدد فردي هو ١٠٠ ٢ = ١٠٠٠٠، وهو ناتج مجموع ١ + ٣ + ٥ + ٧ +. ... + ١٩٧ + ١٩٩ وهو يساوي مربع نصف مجموع الحدين الأول والأخير، وهذا يعتبر مدخل لتقديم مجموع المتتابعة الحسابية. كما يمكن تمثيل النمط السابق على شكل مربعات (النمط الشكلي) كما يأتي:



ويمكن إعادة تنظيم المربعات في الشكل لتصبح على النحو الآتي:



وبهذا يمكن أن تتضح العلاقة بين مجموع الأعداد الفردية المتتالية ومربعات الأعداد، فكل عدد فردي يضاف إلى مجموع الأعداد الفردية التي تسبقه يكون مربع عدد جديد، وعلى ذلك يمكن إشتقاق قانون عام يربط بين مجموع الأعداد الفردية المتتالية وعدد هذه الأعداد.

ويمكن وضع السؤال نفسه في صورة أخرى من صور التمثيل وهي التمثيل الجدولي كالآتي:

ترتيب الحد	١	٢	٣	٤	٥	٦
قيمة الحد	١	٣+١	٥+٣+١	٧+٥+٣+١	.....	.....

والمطلوب من الطالب الإجابة عن بعض الأسئلة مثل: وصف النمط بأسلوبه الخاص، كتابة قيم الحدود الناقصة في النمط، إيجاد ترتيب الحد الذي قيمته تساوي قيمة محددة، إيجاد قيمة الحد الثاني عشر، ثم نسأل سؤال أخير حول قاعدة النمط ويحاول الطالب أن يكتشفها، وهنا يمكن مناقشة قاعدتين لنمطين مختلفين نمط من الدرجة الأولى ونمط أخر من الدرجة الثانية.

ويمكن وضع السؤال نفسه في صورة أخرى من صور التمثيل وهي التمثيل اللفظي كالآتي: فتح أحد الأندية باب تسجيل أسماء الطلاب لمدة ٣٠ يوم؛ للتدريب على السباحة، وتم تسجيل طالب واحد في اليوم الأول، وثلاث طلاب في اليوم الثاني، وخمس طلاب في اليوم الثالث، وسبع طلاب في اليوم الرابع، وهكذا كل يوم يزيد بمقدار ٢ عن اليوم السابق له، ثم يطلب من الطالب الإجابة عن بعض الأسئلة وهي نفسها الأسئلة السابقة مثل: كم طالب يسجل اسمه في اليوم الخامس، و كم عدد الطلاب في اليوم السادس، ما ترتيب اليوم الذي يسجل فيه ١٧ طالب أسمائهم. .. وهكذا، ثم نسأل سؤال أخير حول قاعدة النمط ويحاول الطالب أن يكتشفها ولكن السؤال هذه المرة لا يتعلق بالنمط ١، ٣، ٥، ٧،... مباشرة، وإنما يتعلق بعدد الطلاب الذين تم تسجيل أسمائهم خلال الـ ٣٠ يومًا، وهنا يتحول النمط من ١، ٣، ٥، ٧، ن. .. ، إلى ١، ١+٣، ١+٣+٥، ١+٣+٥+٧،. .. ن^{٢}.

فتدريب الطلاب بهذه الكيفية وبهذا التنوع بين التمثيلات المختلفة للنمط، وإتاحة الفرصة للطلاب للتفكير وتدريب العقل على التفكير من شأنه أن يزيد من قدرتهم على اكتشاف الأنماط، ويزيد من قدرتهم على التفكير، وينمي لديهم روح التحدي والثقة بالنفس، ويجب أن نوفر الفرص الحقيقة للطلاب، ونوفر لهم مناقشات صفية متنوعة، وسوف تمثل عمليات الوصف المتعددة التي يقوم بها الطلاب الأساس لكيفية وصولهم إلى القاعدة، ويجب أن تتميز إجابات الطلاب بالدقة والكفاءة، ويجب أن يستخدم الطلاب إدراكهم المفاهيمي ومهاراتهم للوصول للحل واكتشاف قاعدة النمط بأنفسهم (Posamentier & Krulik ,2009, 73)، ويجب أن نجعل الطلاب على حذر عندما يقوموا بتعميم الأنماط واكتشاف قاعدة عامة؛ لأن بعض الأنماط التي تتكون من ثلاثة حدود أو أربعة حدود يكون لها أكثر من قاعدة، ويمكن أن يؤدي ذلك إلى خطأ في الحصول على القاعدة.

الدراسات السابقة التي اهتمت بالأنماط الرياضية:

سوف نستعرض فيما يأتي بعض الدراسات السابقة التي ترتبط بموضوع الأنماط الرياضية ومنها:

دراسةDu Plessis) (2018, هدفت هذه الدراسة إلى تحليل وفحص مناهج الرياضيات ومصادر التدريس التي يستخدمها المعلمون في المرحلة التأسيسية للتعامل مع أنماط التكرار في جنوب أفريقيا، وتم تدريب ٦ معلمين ممن يدرسوا في هذه المرحلة من خلال ثلاث ورش عمل تدريبية حول الأنماط وتدريسها، وقد توصل الباحث إلى أنه يمكن تصنيف العلاقات وتطوير المهارات من خلال استخدام بنية النمط، ويجب التركيز في المرحلة التأسيسية على البنية الدورية للنمط المتضمنة في تكرار الأنماط، وهو بدروه يدفع المتعلم إلى التفكير في العلاقات ومنها إلى تحسن في التفكير الجبري المبكر، واقترحت الدراسة تقديم التفكير الجبري في صفوف المرحلة الابتدائية تحت مسمى الجبر المبكر، وذلك لأن منهج الرياضيات ووثائق المنهج ومحتوى الكتب وممارسات التدريس ومصادره في جنوب أفريقيا تكشف عن ندرة الأنشطة التي تتعامل مع التفكير الجبري وإدراك العلاقات.

دراسة (Maglipong & Bongolto, 2017) وقد كان الغرض الأساسي لهذه الدراسة هو تحديد تأثير الأنماط الرياضية على أداء طلاب الجامعة من حيث الاستيعاب المفاهيمي والتحصيل في الجبر، واستعدادهم لاستخدام الأنماط الرياضية، وقد استخدمت ثلاثة أدوات

لجمع البيانات هي: اختبار التحصيل في الجبر واختبار الاستيعاب المفاهيمي، والمقابلة، وقد كشفت النتائج عن وجود اختلاف كبير في التحصيل والاستيعاب المفاهيمي لصالح المجموعة التجريبية، كما أعرب طلاب هذه المجموعة عن أن دراسة الأنماط كانت ممتعة ومثيرة للاهتمام لأنها سمحت لهم بتطوير تفكيرهم، وجعلت تعليم الرياضيات أسهل بالنسبة لهم، وقد أوصت الدراسة باستخدام الأنماط في فصول الرياضيات في جميع مراحل التعليم.

دراسة (Karadengz & Yildiz ,2016) والتي هدفت إلى تحديد مستوى تحصيل طلاب الصف السابع في الرياضيات (الأنماط) والتي تم تقديمها لهم في عدة صور (أشكال، أعداد، جدول، ألفاظ) وتكونت عينة الدراسة من ٩٧ طالبًا وطالبة (٥٠ طالبًا، ٤٧ طالبة) وقد تم استخدام ٧ أسئلة موجهة كأداة لجمع البيانات والتي ركزت على موضوع الأنماط، وقد توصلت الدراسة إلى أن الطلاب استطاعوا إيجاد المطلوب في أنماط الشكل، ولكنهم لم يستطيعوا التوصل إلى التعميم، واستطاع الطلاب إيجاد المطلوب وفقًا لقاعدة محددة، وذلك على الرغم من أن الطلبة تمكنوا من إيجاد عدد الأشكال في الخطوة التالية لنمط الشكل إلا أنهم لم يتمكنوا من اكتشاف قاعدة النمط، ويمكن للطلبة معرفة أنماط التسلسل العددي، ولكنهم أيضًا لم يستطيعوا إيجاد قاعدة النمط، أو الصيغة العامة للنمط، ولم يتمكن الطلبة من فهم الأنماط التي تم تقديمها في صورة لفظية، ولكنهم حققوا نجاح في أنماط الجداول، وقد أوصت الدراسة بإعطاء مجال أكبر للأنماط بصورها المختلفة حتى يكتسب الطلبة الخبرات في هذا المجال.

دراسة (Warren ,E. 2005) والتي اهتمت بتنمية قدرة الأطفال على تعميم قاعدة النمط في أنماط النمو، ولذا فقد هدفت إلى اكتشاف إجراءات التدريس والتفكير التي يمكن أن تعالج صعوبة الجبر لدى المراهقين، حيث يمكن سد الفجوة بالنسبة إلى العديد من هذه الصعوبات في سن مبكرة، ولذلك تم تطبيق هذه الدراسة على أطفال متوسط أعمارهم تسع سنوات ونصف (٤٥ طفلا)، وتم تدريب الأطفال على عرض ووصف الأنماط المتزايدة، وإنشاء أنماط بالنماذج، وعلى اكتشاف العلاقة الدالية التي تربط بين ترتيب الحد وقيمته في النمط وليس على الاختلاف بين حدود النمط، وقد أشارت النتائج إلى تحسن قدرة الأطفال على إنشاء وإستكمال أنماط النمو المتزايدة.

دراسة (الرفاعي، ٢٠٠٩) وهدفت هذه الدراسة إلى الكشف عن تأثيرات تدريس أنشطة حول المتغيرات والأنماط في تنمية التفكير الجبري لدى عينة من طلبة الفرقة الثالثة تخصص

الرياضيات بكلية التربية جامعة طنطا، وكذلك تعديل معتقداتهم نحو طبيعة تدريس الجبر، وتكونت عينة الدراسة من ٦٠ طالبًا وطالبة، ودرست العينة الأنشطة المقترحة، وقد أعد الباحث اختبار تحصيل حول المتغيرات والأنماط، واختبار للتفكير الجبري ومقياس للمعتقدات نحو طبيعة تدريس الجبر، وبعد جمع البيانات ومعالجتها إحصائيًا توصلت الدراسة إلى وجود تأثير دال إحصائيًا بين القياس القبلي والبعدي لأداء عينة الدراسة على كل من اختبار المتغيرات والأنماط، واختبار التفكير الجبري، ومقياس المعتقدات حول طبيعة تدريس الجبر، لصالح القياس البعدي.

دراسة (سليمان، ٢٠٠٢) والتي هدفت إلى قياس فاعلية برنامج في الأنماط الرياضية للطلاب المعلمين في تنمية قدراتهم على حل المشكلات الابداعية، وقد قام الباحث ببناء البرنامج وتطبيقه على عينة الدراسة التي تألفت من طلاب الكلية شعبة الرياضيات عام وأساسي ومعلمي الرياضيات أثناء الخدمة ابتدائي وإعدادي، وقد قام الباحث ببناء اختبار في الأنماط الرياضية واختبار في حل المشكلات الإبداعية، وبعد تطبيق التجربة وجمع البيانات ومعالجتها، توصل الباحث إلى أن واقع أداء معلمي الرياضيات بالمرحلتين الابتدائية والإعدادية ضعيف جدًا في اختبار الأنماط الرياضية وفي اختبار حل المشكلات الإبداعية، كما توصل إلى أن البرنامج التدريبي كان فعالًا في تنمية قدرة المعلمين(المجموعة التجريبية) على فهم الأنماط الرياضية وحل المشكلات الإبداعية، وقد أوصت الدراسة بضرورة تضمين الأنماط الرياضية في محتوى منهج الرياضيات عبر الصفوف الدراسية المختلفة.

دراسة (الإبياري، ١٩٩٨) والتي هدفت إلى الكشف عن واقع مقدرة تلاميذ الصف الثاني الإعدادي على اكتشاف الأنماط العددية، ووضع مقترحات لتنمية تلك المقدرة، ولذلك قام الباحث بإعداد اختبار في الأنماط العددية تضمن أربعة أنواع من الأنماط هي: النمط المتزايد بإضافة مقدار ثابت، النمط المتضاعف بالضرب في مقدار ثابت، النمط المتزايد بإضافة مقدار متغير، النمط المتضاعف بالضرب في مقدار متغير، وقد تم تطبيق الاختبار على ٣٣١ طالبًا وطالبة من مدينة الاسكندرية، وبتحليل إجابات الطلاب على الاختبار توصل الباحث إلى النتائج الاتية: إنخفاض مقدرة طلاب الصف الثاني الإعدادي على اكتشاف الأنماط العددية، وإنخفاض قدرتهم على استخدام إستراتيجيات لاكتشاف الأنماط العددية، كما توصلت الدراسة إلى تباين صعوبة مشكلات الأنماط بالنسبة للتلاميذ حيث جاءت بالترتيب الأتي من حيث

السهولة: إضافة مقدار ثابت، الضرب في مقدار ثابت، إضافة مقدارمتغير، الضرب في مقدار متغير، كما قدمت الدراسة بعض المقترحات لتنمية قدرة الطلبة على اكتشاف الأنماط العددية، وقد أوصت الدراسة بأنه يجب تضمين مناهج الرياضيات مواقف تتطلب دراسة الأنماط العددية على أن ترتبط بدراسة الأنواع المختلفة من الأعداد.

ومن خلال هذه الدراسات السابقة في مجال الأنماط الرياضية نجد أن البعض منها أكد على وجود ضعف لدى الطلاب والمعلمين في اكتشاف الأنماط، والبعض الأخر أكد على أهمية الأنماط في تنمية قدرة الطلاب على اكتشافها، وتنمية قدرتهم على التفكير، والبعض الأخر أكد على إعادة تنظيم المنهج ليتضمن موضوع النماط الرياضية، كما نجد أنها أوصت بضرورة تضمين موضوع الأنماط الرياضية لمحتوى منهج الرياضيات عبر الصفوف الدراسية المختلفة، وفقًا لما أظهرته هذه الدراسات من نتائج تتعلق بضعف مستوى الطلاب في اكتشاف الأنماط، أوتتعلق بتحسن مستوى الطلاب في اكتشاف الأنماط الرياضية عندما تدربوا عليها، ولقد استفاد الباحث من هذه الدراسات في بناء اختبار الأنماط الرياضية وبناء الوحدة التعليمية المقترحة، وكذلك تم توظيف هذه الدراسات في مناقشة نتائج البحث وتفسيرها.

ثانيًا: التفكير الرياضـــي:

تعد تنمية قدرة الطلاب على التفكير أحد الأهداف الأساسية للتعليم بوجه عام، ولتعليم الرياضيات بوجه خاص، وذلك من خلال ممارسة الطلاب لحل المشكلات في الرياضيات وممارستهم للبرهان الرياضي، فنجد أن الطالب يمارس أنماط متنوعة من التفكير؛ لكي يصل لحل مشكلة ما أو يبرهن على صحة قضية ما، ولذلك يعد التفكير الرياضي أمر أساسي عند تعلم الرياضيات ولايمكن الاستغناء عنه، وهذا ما قد يمثل مشكلة أو صعوبة لدى البعض عند تعلم الرياضيات وفي اللحظة نفسها يمثل متعة ودافع للتعلم لدى البعض الأخر.

ويشير (شوق، ١٩٨٩، ١٥٥-١٥٦) إلى أن الرياضيات تهتم بطرائق التفكير في المقام الأول، فعن طريق دراسة الرياضيات يتعلم الإنسان ما ينبغي أن يسلم بصحته، وما ينبغي أن يطلب عليه دليل، ويتعلم متى تكون النتائج التي يتوصل إليها صحيحة، فأساليب التفكير هذه ضرورية، ليس فقط لدراسة الرياضيات، ولكن في حل المواقف والمشكلات الحياتية.

والتفكير جزء لا يتجزأ من ممارسة الرياضيات وينبغي الاهتمام به عبر المراحل الدراسية المختلفة، ولذلك يجب أن يدخل الطلاب المرحلة الإعدادية ولديهم نظرة بأن الرياضيات تتضمن

اكتشاف الأنماط الرياضية وملاحظة الانتظام فيها، وعمل تخمينات حول التعميمات الممكنة والتحقق منها، وكما يجب على الطلاب في هذه المرحلة أن يكون لديهم مهارات تفكير متعمقة، وذلك من خلال تعميق تقييمهم للتخمينات، واستخدامهم التفكير الاستقرائي والاستدلالي لصياغة الصيغ الرياضية، كما يجب أن يتوسع الطلاب في المناقشة مع زملائهم ومع المعلم داخل الصف، وأن يقدموا أدلة وحجج أثناء هذه المناقشات، وذلك حتى يتمكنوا من إقناع الأخرين بأفكارهم (NCTM ,2000, 262)، وفي مجال التفكير الرياضي تؤكد برامج الرياضيات المدرسية عبر الصفوف من K-12 على تنمية قدرة جميع الطلاب على: تمييز البرهان والتفكير كأوجه أساسية للرياضيات، وعمل تخمينات رياضية والتحقق منها، وتطوير وتقويم الحجج والبراهين الرياضية، واختيار واستخدام أنواع متعددة من التفكير وطرائق البرهان (NCTM ,2000, 56).

وهناك العديد من التعريفات للتفكير الرياضي منها على سبيل المثال: أن التفكير الرياضي هو عبارة عن نشاط عقلي خاص بمادة الرياضيات، ويضم الأساليب التسعة التالية: الاستقراء، الاستنباط، التعميم، المنطق الشكلي، البرهان الرياضي، التعبير بالرموز، التصور البصري، التفكير العلاقي، التفكير الاحتمالي، وذلك حينما يواجه الشخص بموقف مشكل يبحث له عن حل (هلال،٢٠٠٢، ٧)، وهو نمط من أنماط التفكير أو النشاط العقلي خاص بالرياضيات، ويتكون من عدة مركبات هي: التفكير الكمي، إدراك الأنماط، التفكير الاستقرائي، التفكير الاستنباطي (مراد، والوكيل، ٢٠٠٦، ١٤٤-١٤٥)، وهو أيضًا عبارة عن نشاط عقلي مرن ومنظم ويهدف إلى حل المشكلات الرياضية باستخدام بعض أو كل صور التفكير الرياضي التالية: الاستقراء، الاستنباط، التفكير الاحتمالي، التعبير بالرموز، المنطق الشكلي، إدراك العلاقات، الإدراك المكاني والتصور البصري، البرهان الرياضي، التفكير العلاقي، وذلك بحسب طبيعة كل مشكلة رياضية (محمد، ٢٠٠٦، ٢٩٧). ويمكن تعريف التفكير الرياضي بأنه نشاط عقلي مرتبط بالرياضيات، ويستدل عليه من مهاراته وهي: التفكير البصري، والتخمين، التفكير الاستقرائي، التفكير المنطقي.

ولقد أشار كل من (أبو زينة، ٢٠١٠، ٣٨-٤٠)، (محمد، ٢٠٠٦، ٢٩٧-٢٩٩)، (متولي، ١٩٩٩، ٢٨-٣٢) إلى أن التفكير الرياضي يتحدد بعدة مظاهر أو مكونات منها:

- **الاستقراء**: ويعني الوصول إلى نتيجة ما بالاعتماد على حالات خاصة، وذلك بدراسة عدد كاف من الحالات الخاصة، وإستخراج الخاصية التي تشترك فيها هذه الحالات.

- **التعميم:** هو صياغة عبارة عامة (بالرموز أو الالفاظ) بالاعتماد على أمثلة وحالات خاصة كخاصية التجميع أو الإبدال وغيرها، وهذه العبارة تحدد العلاقة بين مفهومين أو أكثر من المفاهيم، وذلك بملاحظة بعض الحالات الخاصة.
- **الاستنتاج:** هو الوصول إلى نتيجة خاصة بالاعتماد على مبدأ أو قانون أو تعميم.
- **التعبير بالرموز:** أي استخدام الرموز للتعبير عن الأفكار الرياضية أو المعطيات اللفظية كالتعبير عن قانون توزيع عملية الضرب على عملية الجمع.
- **التخمين:** هو التوقع الواعي للاستنتاجات من المعطيات دون اللجوء لعمليات التحليل، ويمكن أن يبنى على التقدير والاستبصار والحساب الذهني، وليس من الضروري أن يؤدي التخمين إلى إعطاء استنتاجات أو إجابات دقيقة تمامًا.
- **النمذجة:** هي تمثيل رياضي لشكل أو مجسم أو علاقة، وتبرز قوة الرياضيات ومكانتها المميزة في قدرتها على نمذجة المواقف الحياتية والمادية بأشكال أو معادلات أو علاقات رياضية.
- **المنطق الشكلي:** هو استخدام قواعد المنطق في الوصول إلى الاستنتاجات من مقدمات أو معطيات وتستخدم فيه قواعد ودوال المنطق.
- **البرهان الرياضي:** هو الدليل أو الحجة لبيان صحة عبارة أو نتيجة ما، ويأتي على شكل سلسلة من العبارات حيث تؤدي كل منها إلى صحة العبارة التالية لها.
- **التفكير الهندسي:** هو الخاص بالهندسة ومستويا ت فان هايل ((Van Hele الخمسة (التصوري، التحليلي، شبه الاستدلالي، الاستدلال المجرد، الاستدلال المجرد التام).
- **التأمل:** هو عملية عقلية تقوم على تصور الفرد للموقف المشكل الذي أمامه، ثم تحليله إلى مجموعة من العناصر والعلاقات ورسم الخطط اللازمة لفهمه، حتى يصل إلى جميع الحلول الممكنة التي يتطلبها هذا الموقف، ثم تقويم هذه الحلول في ضوء الخطط التي وضعت من أجلها.
- **إدراك العلاقات:** يعني القدرة على التوصل إلى علاقات استنتاجية بين المقدمات والنتائج وإقامة التعليلات والبراهين المنطقية للوصول إلى الحل
- **الترجمة الرياضية:** وتعني التعبير عن الأفكار والمعلومات الرياضية من شكل رمزي إلى شكل لفظي مكافيء له أو العكس دون تأثر المعنى.

ومن أهم طرائق التفكير التي تستخدم في الرياضيات هي: التفكير الدقيق، والتفكير التأملي، والتفكير الاستقرائي والتفكير الاستدلالي، فمن خلال التفكير الدقيق يتعلم الطالب الدقة في استخدام الكلمات والرموز، وذلك عن طريق المعلم الذي يجب أن يكون دقيقًا في تفكيره، وفي التعبير عن أفكاره، وان يطلب من طلابه الدقة في التفكير والتعبير سواء في مناقاشاتهم الشفوية أو أعمالهم التحريرية، ويتطلب التفكير التأملي تحليل الموقف إلى عناصره المختلفة والبحث عن العلاقات الداخلية بين هذه العناصر، ويمكن أن يساعد المعلم طلابه على اكتساب هذا النوع من التفكير عن طريق مساعدتهم على تحليل المسائل ورسم خطة للحل، والتفكير الاستقرائي يتلخص في استنتاج قاعدة عامة من عدة حالات خاصة، والتفكير الاستدلالي يعتمد على المنطق من حيث أنه يستخدم أسسًا عامة في البحث عن صحة قضايا خاصة (شوق، ١٩٨٩، ١٨٨-١٩٧)، وقد اهتمت دراسة (متولي، ١٩٩٩، ٣٢) بدراسة بعض مهارات التفكير الرياضي ومنها: التعميم، الاستقراء، الاستنتاج، التعبير بالرموز، وفي دراسة (محمد، واسكندر، ١٩٩٩، ٩٤)، ودراسة (عبد الحكيم، ٢٠٠٥، ١٢٤) تم الاهتمام بمهارات التفكير الرياضي الآتية: الاستقراء، الاستنتاج، التعبير بالرموز، إدراك العلاقات، البرهان الرياضي، وقد قدم كل منهم في دراسته توضيح لكل مظهر من هذه المهارات.

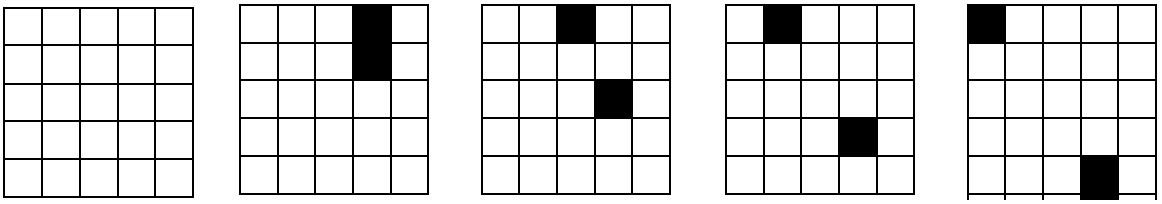
كما أن التفكير الاستدلالي، والتفكير الاستقرائي، والتفكير الحدسي، والتفكير الخلاق، من أهم طرق التفكير التي تستخدم في البرهنة وحل المشكلات في الرياضيات، والتفكير الاستددلالي هو الأسلوب الذي نستخدمه في استخلاص نتائج من حالات عامة، أي هو طريقة التفكير الخاصة بالتجريد، وقد نستخدم في التفكير الاستدلالي طرق البرهنة الاستدلالية المباشرة وغير المباشرة، والتفكير الاستقرائي هو الأسلوب الذي نستخدمه في اكتشاف قاعدة عامة من حالات خاصة، ويجب الحرص على عدم الوصول إلى تعميمات خطأ، ويعد التفكير الحدسي جزء من التفكير الخلاق، وهو ببساطة التفكير التخميني للحل، ثم مراجعة النتيجة والتحقق منها، ولا يمكن فصل طرائق التفكير عن بعضها البعض، فكلها تتكامل وتستخدم في اكتشاف العلاقات الرياضية، وفي حل المشكلات (خضر، ١٩٨٤، ٣٨-٤٠).

ويهتم هذا البحث ببعض مهارات التفكير الرياضي التي تتوافق مع أهداف البحث، والوحدة التعليمية المقترحة، وهذه المهارات هي: التفكير البصري، التخمين والتحقق، التفكير الاستقرائي، التفكير المنطقي، وسوف نوضحها فيما يأتي:

التفكيـــر البصـــري:

يعرف التفكير البصري بأنه القدرة على إدراك تتابع وتسلسل الظواهر البصرية والتعرف على القاعدة التي تسير عليها تلك الظواهر والتعبير عنها في علاقات وقواعد رياضية تربط هذا التتابع أو التسلسل لاستخدامها في حل مشكلة ما (بدوي، ٢٠٠٨، ١٤٧)، كما يعني التفكير البصري القدرة على التمييز البصري، والقدرة على حل مشكلة بصرية عن طريق إدراك العلاقة بين المثيرات والرموز البصرية المختلفة، والتمييز بين أوجه التشابه والاختلاف بينهم (عمار، و القباني، ٢٠١١، ٢٢).

ويمكن تعريف **التفكير البصري** بأنه قدرة الطالب على إدراك العلاقات المتضمنة في الصورة البصرية الرياضية المعروضة أمامه، أو العلاقات بين الأشكال المختلفة المتضمنة فيها، وذلك حتى يستطيع الوصول إلى الحل من خلال إدراك التتابع في هذه الأشكال البصرية. وكمثال على التفكير البصري: يمكن أن يطلب إلى الطالب تأمل الأشكال الآتية، ثم يظلّل المربعات الصغيرة المناسبة بالشكل الخامس وفقًا لما يراه:



الشكل (١) الشكل (٢) الشكل (٣) الشكل (٤) الشكل (٥)

فمن خلال التتبع البصري لسلسلة الأشكال وإدراك العلاقة بينها سوف يتمكن الطالب من اكتشاف حركة المربعات السوداء إلى أن يصل إلى حل الموقف المشكل الذي أمامه.

التخميـــن والتحقـــق:

يعد التخمين والتحقق من مظاهر التفكير التي أكدت عليها معظم الأدبيات في مجال تعليم الرياضيات وتعلمها، فقد أشارت وثيقة معايير ومباديء الرياضيات المدرسية في مجال التفكير بأنه يجب ان تعمل برامج الرياضيات المدرسية للصفوف من K-12 على إكساب جميع الطلاب القدرة على عمل تخمينات رياضية والتحقق منها (NCTM,2000, 56)

ولذلك يجب أن يتم تدريب الطلبة عليها؛ لأنها تكسبهم القدرة على وضع الافتراضات، أو التخمينات ودراسة الشروط التي تمثل معطيات الموقف المشكل، ومدى تحقق هذه الشروط

في التخمينات التي يتوصل إليها الطلاب بأنفسهم، وتدريب الطلبة على هذا النوع من التفكير من شأنه تنمية قدرتهم على التخمين الذكي الذي يوفر الوقت والجهد، وينمي القدرات الذهنية للطلبة، ويكسبهم المهارة في حل المشكلات، فمثلاً: عددين مجموعهم ٨ والفرق بينهما ٢، نجد الطلبة قد يتسرعوا في الإجابة ويقولوا أن العددان هما ٤، ٤، دون أن يفكروا في الشرط الوارد في المسألة فالعددين ٤، ٤ مجموعها بالفعل ٨، ولكن الفرق بينهما ليس ٢، فالفرق بينهما صفر، وحينما نواجه الطلبة بالشرط يعرفوا أنهم تعجلوا في الإجابة، وهم أنفسهم يقوموا بمحاولات أخرى لإيجاد الحل، عن طريق إجراء تخمين أخر، ولكنهم في هذه المرة يفكروا بحذر، ومن دون تعجل، ويقولوا أن العددان هما ٥، ٣، وحينما يسأل المعلم لماذا تعتقدوا أن هذه الإجابة هي الإجابة الصحيحة، فإن الطلاب يبرروا الطلاب ذلك بأن: ٥ + ٣ = ٨، و يضعون الشرط الثاني في حسبانهم وهو أن ٥ – ٣ = ٢، ويجب أن نلاحظ هنا أن التخمين الثاني قد أعتمد على نتائج التخمين الأول.

التفكير الاستقرائي:

يشير (بدوي،٢٠٠٨، ٤٦٦) إلى أن التفكير الاستقرائي هو عملية استدلال عقلي، تستهدف التوصل إلى استنتاجات أو تعميمات تتجاوز حدود الأدلة أو المعلومات التي تقدمها المشاهدات السابقة، وهو ينطوي على دراسة حالات معينة، وتحديد العلاقات بينها، ثم تعميم هذه العلاقات، وغالبًا ما يكون التعميم قاعدة أو دالة.

أي أن التفكير الاستقرائي يتعلق بإدراك الطالب للعلاقة التي تربط بين مجموعة من الأمثلة المنتقاة بعناية، فمن خلال دراسة مجموعة من الأمثلة التي بينها شيء مشترك يستطيع الطالب إدراك هذا الشي المشترك واستنتاجه، فالتفكير الاستقرائي معني بالوصول إلى استنتاجات وقواعد من خلال مجموعة من الأمثلة، فمثلاُ عندما نعطي الطلاب مجموعة من الأمثلة مثل:١+٣ =٤، ٣+٧=١٠، ٣+٥=٨، ١+٩=١٠،. .. ويطلب من الطالب دراسة هذه الأمثلة والتوصل إلى العلاقة التي تربط كل من هذه الأمثلة، فإنه يصل إلى العلاقة الصحيحة طالما تنطبق على جميع الأمثلة، وهناك الكثير من الأمثلة التي يمكن تقديمها للطلبة على التفكير الاستقرائي بشرط أنها تصل بهم إلى اكتشاف قاعدة أو علاقة صحيحة تنطبق على جميع الحالات، ويجب توخي الدقة والحذر عند استخدام التفكير الاستقرائي حتى لا نصل إلى تعميمات خطأ أو غير صحيحة.

التفكيـــر المنطقـــي:

التفكير المنطقي هو التفكير الواضح الذي نمارسه عندما نحاول أن نتبين الأسباب والعلل التي تكمن وراء الأشياء، والتفكير المنطقي هو الذي نمارسه عندما نحاول معرفة نتائج ما نقوم به من أعمال، ولكنه أكثر من مجرد تحديد للأسباب أو النتائج، فهو يعني بالحصول على أدلة تؤيد أو تنفي صحة وجهة نظرك، فهو تفكير يقوم على الأدلة ويساعدنا في الوصول إلى أفضل إجابة للأسئلة التي نسألها أو المشكلات التي نحاول إيجاد حل لها (شانر، ١٩٦١، ١٦-١٧). ويشير (متولي، ١٩٩٩، ٣٢) إلى أن التفكير المنطقي هو ذلك النوع من التفكير الذي يتم فيه الوصول إلى نتيجة من مقدمات تتضمن النتيجة بما فيها من علاقات، ويعتمد استخلاص النتائج على قواعد المنطق الرياضي الشكلي.

ويعد التفكير المنطقي أساسيًا في حل المشكلات، وتتطلب ممارسة التفكير المنطقي أن يتعلم الطلاب تنظيم المعلومات من خلال عمل قائمة منظمة أو من خلال رسم شكل فن أو رسم شكل تخطيطي، أو تكوين جدول أو مصفوفة، ومن الضروري أن تتاح الفرصة للطلاب لعرض أفكارهم ومناقشتها مع زملائهم، ومع معلمهم داخل الصف، ويتطلب ايضًا التفكير المنطقي تنمية مهارة قراءة ما بين السطور حتى يتمكن الطلبة من الوصول إلى الحل. (Posamentier, &Krulik,2009 ,88-89)، فمثلاً يمكن تقديم مشكلة عبور النهر لقياس التفكير المنطقي، وهي: كان هناك أربعة أشخاص يريدون عبور نهر، وكان لديهم قارب واحد لا يحمل وزن أكثر من ١٠٠ كجم وكان وزن سالم ٧٥ كجم، وزن خالد ٤٩ كجم، وزن طارق ٥٨ كجم، وزن عادل ٣٩ كجم، أوجد أقل عدد من مرات العبور بالقارب، حتى يستطيع أن ينتقل الأشخاص الأربعة إلى الضفة الأخرى من النهر. (Glasgow City Council Education Services ,2005, 151)

ويمكن تعريف التفكير المنطقي بأنه مهارة من مهارات التفكير الرياضي، وفيه يتم قبول الفرضيات الرياضية أو رفضها نتيجة وجود أدلة منطقية تؤكد أو تنفي صحة قضية رياضية ما.

الدراسات التي اهتمت بالتفكير الرياضي

دراسة (Samo, Darhim, & Kartasasmita, 2017) والتي هدفت إلى تطوير نموذج تعلم التفكير الرياضي من خلال السياق من أجل تعزيز قدرات التفكير العليا للطلبة في المرحلة المتوسطة، وقد مرت هذه الدراسة بثلاثة مراحل هي: الاستقصاء، والتطوير، والتنفيذ، وتكونت عينة الدراسة من ٧٨ طالبًا من طلاب المدرسة الثانوية تم تقسيمهم إلى مجموعتين

تجريبية وضابطة، ومراحل نموذج تعلم التفكير الرياضي السياقي هي: عرض المشكلات السياقية، وطرح الأسئلة النقدية أو التحليلية، والتحقق الفردي والجماعي، والعرض والمناقشة، والتفكير، ثم اختبار تفكير عالي المستوى، وقد توصلت الدراسة إلى أن هذا النموذج قادر على رفع قدرات التفكير العليا لدى الطلبة في المرحلة الثانوية، وأوصت الدراسة باستخدام هذا النموذج لتدريس الرياضيات بالمرحلة الثانوية لدعم وتحسين مهارات التفكير العليا لدى الطلبة من خلال مواقف وسياقات حياتية وحقيقية.

دراسة (Saragih, & Napitupulu, 2015) والتي هدفت إلى تطوير نموذج التعلم المتمركز حول المتعلم بهدف تحسين قدرة الطلبة في مهارات التفكير الرياضي العليا، وذلك لدى طلاب المدرسة الإعدادية باندونسيا، ولقد مر البحث بثلاثة مراحل هي: مرحلة الكشف عن إعداد الدروس (كتاب الطالب، دليل المعلم، المواد والأنشطة التعليمية) المرحلة الثانية إعداد الأدوات (اختبار حل المشكلات، والتواصل الرياضي، الفهم الرياضي) والحكم على صلاحيتها، والمرحلة الثالثة التنفيذ وتحليل النتائج، وقد توصلت الدراسة إلى تحسن قدرة الطلبة في حل المشكلات والفهم الرياضي والتواصل الرياضي بشكل ملحوظ، وأوصت بأن مهارات التفكير الرياضي بحاجة إلى اهتمام جاد كأحد أهداف تدريس الرياضيات، وان التعلم المتمركز حول الطالب قادر على تحسين ثقة الطلبة بأنفسهم في الرياضيات بشكل ملحوظ.

دراسة (Brendefur, Thiede, Strother, Bunning, & Peck, 2013) والتي اهتمت بتنمية التفكير الرياضي وتغيير معارف المعلمين وطرائق تدريسهم من خلال تقييم فاعلية برنامج التطوير المهني متعدد السنوات في الرياضيات لمعلمي المرحلة الابتدائية، ويركز هذا البرنامج في كل عام على مجال مختلف من مجالات الرياضيات الآتية: الأعداد والعمليات، القياس والهندسة، الإحصاء والاحتمالات، وتوصلت الدراسة إلى أن المعلمين الذين لديهم تغيرات كبيرة في الجانب المعرفي كانت لديهم ممارسات تدريس أكثر فاعلية.

دراسة ((Brown, Wilson, & **Fitzallen**,2007 والتي هدفت إلى تحديد أثر مدخل الاستقصاء في تنمية وتطوير التفكير الرياضي لدى طلبة الصف الثامن، وقد أشترك في إعداد الاستقصاءات مجموعة من المعلمين والباحثين ضمن برامج التنمية المهنية، وقد تم الاهتمام بمحتوى الرياضيات المأخوذ من وحدة البيانات والاحتمالات، وتم التركيز على التناسب والتفكير التناسبي، ومن خلال البيانات التي تم تجميعها تم التوصل إلى أن مدخل الاستقصاء

له أثر دال على نتائج الطلبة في التفكير الرياضي، وقد تمت الإشارة إلى أنه لا يمكن تعميم النتائج لأن الدراسة أجريت على فصل واحد فقط ولكن النتائج التي تم الوصول إليها تدعم فوائد الاستقصاء في فصول الرياضيات.

دراسة (التخانية، ٢٠١٨) والتي هدفت إلى تقصي أثر إستراتيجية التعلم المستند إلى الدماغ في تنمية التفكير الرياضي وخفض قلق الرياضيات لدى طلبة المرحلة الأساسية في مدارس عمان، وتكونت عينة الدراسة من ١٠١ طالبًا وطالبة، من طلبة الصف الثامن من ذوي المستويات المختلفة من القلق، وتم تقسيمهم إلى مجموعتين تجريبية وضابطة، وقد طور الباحث اختبارًا في التفكير الرياضي، وقد أظهرت نتائج الدراسة وجود فرق لصالح المجموعة التجريبية التي درست باستخدام إستراتيجية التعلم المستند إلى الدماغ في كل من التفكير الرياضي والقلق، وأوصى الباحث بضرورة استخدام هذه الاستراتيجية في تدريس الرياضيات.

دراسة (القرون، ٢٠١٨) والتي هدفت إلى التعرف على فاعلية إستراتيجيات تدريس قائمة على الذكاءات المتعددة في التحصيل الأكاديمي وتنمية التفكير الرياضي لدى عينة من طلبة كلية المجتمع اليمنية، وتكونت عينة الدراسة من ٩٠ طالبًا وطالبة (٣٠ذكور، ٦٠ إناث)، وتم تقسيمهم إلى مجموعتين تجريبية وضابطة (٤٥، ٤٥)، واستخدم الباحث مقياس ماكينز للذكاءات المتعددة، واختبار تحصيل، واختبار التفكير الرياضي كادوات للدراسة، وبعد جمع البيانات ومعالجتها إحصائيًا، توصلت الدراسة إلى أن أفراد العينة يمتلكون الذكاءات المتعددة بدرجة متوسطة، ووجد فرق دال لصالح المجموعة التجريبية في التحصيل ولصالح الإناث في مقابل الذكور، ولا يوجد فرق بين المجموعتين في التفكير الرياضي، ولا بين الذكوروالإناث، وقد أوصت بضرورة الاهتمام بالذكاءات المتعددة من حيث نشر الوعي بها وقياسها وتدريب المعلمين على استخدام إستراتيجيات قائمة عليها.

دراسة (أحمد، ٢٠١٧) والتي هدفت إلى التعرف على إمتلاك طالبات الصف الثالث المتوسط لأنماط التفكير في الرياضيات وعلاقتها بالتحصيل الدراسي، ولذلك أعدت الباحثة اختبار لقياس أنماط التفكير الرياضي (البصري، الاستدلالي، الناقد، الابداعي)، واعتمدت الباحثة على درجات امتحان منتصف العام لقياس التحصيل، وبعد الحصول على البيانات ومعالجتها إحصائيًا، توصلت الباحثة إلى أن طالبات الصف الثالث الإعدادي يمتلكن أنماط التفكير الرياضي، ولكن بمستوى متدني (بصري ٦٨%، الاستدلالي ٥٢%، الناقد ٥٢%،

الابداعي ٣٩%)، وتوجد علاقة ارتباطية موجبة بين أنماط التفكير وبعضها البعض، كما توصلت إلى وجود علاقة إرتباطية موجبة بين أنماط التفكير والتحصيل الدراسي.

دراسة (الرشيدي، ٢٠١٤) والتي هدفت إلى تحديد مهارات التفكير الرياضي التي يجب أن يمتلكها معلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة، وتحديد درجة إمتلاكهم لها، ولذلك أعد الباحث بطاقة ملاحظة تتضمن ٣٠ مهارة فرعية وطبقها على ٢٥ معلم من المرحلة المتوسطة، وبعد معالجة البيانات، توصلت الدراسة إلى أن المهارات التي يمتلكها معلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة بدرجة عالية هي: الاستقراء والاستنباط، وبدرجة متوسطة هي: التعبير بالرموز، والبرهان الرياضي، وبدرجة متدنية هي: إدراك العلاقات والتصور البصري المكاني، وأوصت الدراسة بضرورة رفع درجة إمتلاك معلمي الرياضيات لمهارات التفكير الرياضي من خلال الدورات التدريبية.

دراسة (الصباغ،٢٠١٣) والتي هدفت إلى تحديد بعض مظاهر التفكير الرياضي لصفوف الأول والثاني والثالث الأساسية، ومعرفة تأثير الصف الدراسي والجنس على هذه المظاهر، وتكونت عينة الدراسة من ٢٤٠ تلميذًا وتلميذة،وقد تم تقديم اختبار في مهارات التفكير الرياضي لهم (التعبير بالأرقام، النمذجة، الاستقراء، الاستدلال، التعميم، التخمين) وتوصلت الدراسة إلى وجود أثر للصف الدراسي على التفكير لصالح الصف الأعلى، وعدم وجود أثر للجنس، وأوصت بضرورة الاهتمام بالتفكير الرياضي وتدريب المعلمين على كيفية تنميته.

دراسة (العيلة، ٢٠١٢) والتي هدفت إلى التعرف على أثر برنامج مقترح قائم على أنماط التعلم لتنمية مهارات التفكير الرياضي لدى طالبات الصف الرابع الأساسي بمحافظة غزة، ولتحقيق هذا الهدف استخدمت الباحثة استبيان لتحديد نمط التعلم (حركي، بصري، سمعي)، كما استخدمت اختبار لقياس مهارات التفكير الرياضي (استقراء، استدلال، نمذجة، تعبير بالرموز، تخمين، تفكير منطقي)، وتكونت عينة الدراسة من ٧٥ طالبة (٣٧ ضابطة، ٣٨ تجريبية)، وبعد تطبيق تجربة البحث والحصول على البيانات ومعالجتها إحصائيًا، توصلت الدراسة إلى وجود أثر فعال للبرنامج المقترح في تنمية جميع مهارات التفكير، وأوصت بضرورة الاهتمام بتنمية مهارات التفكير الرياضي، وذلك عن طريق إضافة أنشطة في منهج الرياضيات لهذا الغرض، وتدريب معلمي الرياضيات على كيفية تطوير مهارات التفكير الرياضي.

دراسة (المنصور،٢٠١١) والتي هدفت إلى الكشف عن العلاقة بين التحصيل في الرياضيات والأداء على مقياس مهارات التفكير لدى عينة من تلامذة الصف السادس الأساسي (٢٤١ تلميذ وتلميذة)، وقد توصل البحث إلى وجود علاقة إرتباطية موجبة بين التحصيل في الرياضيات والأداء على مقياس مهارات التفكير، وأوصت الدراسة بتطوير مناهج الرياضيات وإعتماد طرائق لتعليم مهارات التفكير.

ومن خلال هذه الدراسات السابقة في مجال التفكير الرياضي نجد أنها توصلت إلى أنه يمكن تنمية التفكير الرياضي من خلال إعداد برامج تعليمية أو أنشطة تعليمية لذلك، كما أوصت بعض هذه الدراسات بضرورة الاهتمام بتنمية مهارات التفكير الرياضي وذلك عن طريق إضافة أنشطة في منهج الرياضيات لهذا الغرض، ولقد استفاد الباحث من هذه الدراسات في بناء اختبار التفكير الرياضي بمكوناته أو مظاهره المختلفة، وكذلك تم توظيف هذه الدراسات في مناقشة نتائج البحث وتفسيرها.

ثالثًا: التمثيلات المتعددة:

التمثيل هو التعبير عن الفكرة الرياضية باستخدام وسائل مختلفة مثل: الكلمات والالفاظ، الصور والرسوم، الرموز والصيغ، والنماذج والمجسمات والأشياء الحسية والمواقف الحياتية، ويشير(بدوي، ٢٠٠٧، ٥٩-٦٠) إلى أن الطلاب يمثلون الأفكار والعلاقات الرياضية، باستخدام المواد الحسية والصور والرسوم التوضيحية، والرسوم البيانية، والجداول، والأعداد، والكلمات، والرموز، ويساعدهم هذا التمثيل على استيعاب المفاهيم والعلاقات الرياضية، ونقل تفكيرهم وتبريراتهم وفهمهم إلى زملائهم، كما يساعدهم على فهم الارتباطات بين المفاهيم الرياضية ذات الصلة، ويجب أن يكون الطلاب قادرين على التنقل من تمثيل لأخر، وتعرف الارتباطات بين التمثيلات المختلفة، واستخدام المناسب منها لحل المشكلات، وعندما يصبح لدى الطلاب القدرة على تمثيل المفاهيم بطرائق مختلفة تنمو لديهم المرونة في التفكيرحول المفاهيم التي تعلموها، ويدركوا أنه يوجد تمثيلات متعددة لفهم مفهوم ما.

وهناك العديد من التعريفات للتمثيلات الرياضية المتعددة، فتعرف بأنها الكشف عن الأفكار الرياضية باستخدام وسائل مختلفة مثل: اللغة الشفوية أوالمنطوقة، واللغة المكتوبة، والرموز، والصور، والرسوم البيانية، والنماذج، والأشياء الحقيقية، (Anwar, Yuwono, As'ari, Sisworo, & Rahmawati, 2016, 2003)، كذلك يمكن النظر إليها بأنها عملية

ترجمة النص الرياضي من أحد اشكاله (ألفاظ أو كلمات، جداول، رموز، أشكال، علاقات رياضية) إلى نماذج محسوسة أو شكل أخر من أشكاله (بهوت، وعبدالقادر، ٢٠٠٥، ٤٥٨).

ويمكن تعريف التمثيلات المتعددة للأنماط بأنها أنواع مختلفة من التمثيلات مثل: التمثيلات العددية أو الشكلية أو الجدولية أو اللفظية أو الرسوم البيانية، ويمكن للطالب أن يحول من تمثيل لآخر بحسب طبيعة الموقف، وبما يتناسب معه.

ولقد تم التمييز بين نوعين من التمثيلات هما: فالنوع الأول هو: التمثيلات الداخلية وهي عبارة عن تصورات أو تكوينات معرفية تخص المتعلم فقط، أي ما يتصوره المتعلم في ذهنه حول المفاهيم والعلاقات والأفكار الرياضية، ويستدل عليها من خلال التمثيلات الخارجية التي يقدمها المتعلم، والنوع الثاني هو: التمثيلات الخارجية هي التجسيدات المادية للأفكار والمفاهيم والإجراءات والعلاقات الرياضية وهي التي يظهرها المتعلم لمن حوله عن طريق الرسوم والجداول والكلمات والألفاظ وغيرها(Cikla, 2004,2-3)، ولا يستطيع الطلاب الوصول إلى فهم الرياضيات والأفكار التي تتناولها إلا من خلال التمثيلات المتعددة، وذلك بسبب طبيعة الرياضيات المجردة، ومن أنواع التمثيل التي يمكن أن يستخدمها الطلاب: التمثيل البصري، واللفظي، والرمزي، والمادي، والسياقي، فاستخدام مثل هذه التمثيلات والتحويل فيما بينها سوف يساعد الطلاب على فهم أفضل للرياضيات وأفكارها (NCTM,2014, 25).

ولكي تكون لدى الطلاب القدرة على التعبير عن التمثيلات الداخلية التي تدور في أذهانهم، لابد من تدريبهم على التمثيلات المتعددة للمفهوم الواحد، وتنمية قدراتهم على التحويل فيما بينها، فمثلاً ينبغي تدريب الطلاب على التمثيل بالمخططات، الصور، الرسوم، الأشكال، الجداول، القوائم، الشجرة البيانية، الالفاظ والكلمات، الأشياء الحقيقية، المواد الحسية، وغيرها. ..، وذلك لكي تنمو لديهم القدرة على التعبير عن أفكارهم، ويكون لديهم الأدوات التي يستطيعوا من خلالها بناء التمثيلات الخارجية بكفاءة عالية، وذلك لأنه من خلال التمثيلات المتعددة فإننا نقلل من اللغة الرمزية المجردة للرياضيات، ونقلل من صعوبتها، ويتم تبسيط المفاهيم والعلاقات والتعميمات الرياضية، فربما يساعد ذلك على زيادة استيعاب الطلاب لها، وربما يساعد على زيادة رغبة الطلاب في الإقبال على دراسة الرياضيات بدلاً من العزوف عن دراستها.

وقد أشار (Asli, & Koca ,2001, 998) إلى أن التمثيلات الرياضية يمكن أن تساعد الطلاب في أن يصحبوا قادرين على:

- التعبير عن الأفكار الرياضية بتمثيلات مختلفة.

- التحويل من تمثيل إلى أخر.
- إنشاء وتكوين إرتباط بين التمثيلات المختلفة.
- اختيار التمثيل المناسب واستخدامه في حل المشكلات.
- تحديد مواطن القوة والضعف والتشابه والاختلاف في التمثيلات المتعددة للمفهوم الواحد.

وأكدت وثيقة معايير ومباديء الرياضيات المدرسية الصادرة عن (NCTM) إلى أنه يجب أن تعمل برامج الرياضيات المدرسية عبر الصفوف من K-12 على أن يكون جميع الطلبة قادرين على:

- إنشاء واستخدام التمثيلات لتنظيم الأفكار الرياضية وتسجيلها وإيصالها للأخرين.
- اختيار وتطبيق التمثيلات الرياضية لحل المشكلات والتحويل فيما بين هذه التمثيلات.
- استخدام التمثيلات لنمذجة وتفسير الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرياضية.

ووفقًا لهذه المعايير فإنه لا يتم تشجيع الطلبة على استخدام العديد من التمثيلات للمفاهيم الرياضية فقط، وإنما يتم تشجيعهم كذلك على تكوين وإنشاء تمثيلات واستخدامها كأدوات لتعلم الرياضيات وتطبيقها على المواقف الرياضية، وكذلك التحويل فيما بين هذه التمثيلات، ويجب على المعلمين إعطاء الفرصة للطلاب لإنشاء تمثيلاتهم الخاصة بهم، وتوجيههم لمعرفة أوجه التشابه والاختلاف بين التمثيلات المختلفة لأي موقف رياضي، ويجب أن يتم تشجيع الطلاب على تمثيل أفكارهم وتوضيحها للآخرين، والتأكيد على أنها جزء مهم من تعلم الرياضيات القائم على الفهم، وهذه التمثيلات الرياضية سوف تجعل أفكار الطلاب منظمة وواضحة ودقيقة، كما يجب تدريب الطلاب على اختيار التمثيل المناسب للموقف التعليمي، والذي يساعد على وضوح الفكرة بشكل أفضل، فمن الممكن أن تكون اللغة اللفظية المنطوقة هي الأفضل وأحيانًا الرموز، واحيانًا الرسم أو الجدول أو المواد الحسية أو العالم الواقعي، فيجب أن يستخدم الطالب التمثيل الأفضل والأكثر وضوحًا في ذهنه ويستطيع أن يوضحه للأخرين، كما يجب تدريب الطلاب على استخدام التمثيلات الرياضية المختلفة في تفسير ومعالجة المواقف والمشكلات داخل الرياضيات وخارجها ((NCTM,2000, 67-70.

ويحدد (Fennel, &Rowan,2001, 289) أهمية التمثيلات الرياضية في أنها أدوات قوية للتعبيرعن الأفكار الرياضية، وهي تجعل الأفكار الرياضية أكثر محسوسية وواقعية ومتاحة للطلاب، كما أنها تقدم الدعم للطلاب وتوسع تفكيرهم من خلال التركيز على الميزات الأساسية

في الموقف التعليمي الرياضي، كما أنها تساعد الطلبة على تمييز الأشياء المشتركة والمختلفة في عناصر الموقف التعليمي الرياضي، وتساعدهم على فهم واستخدام المفاهيم والإجراءات الرياضية وتعزيزها عندما يستطيع الطلاب التنقل بين التمثيلات المختلفة لنفس الفكرة الرياضية، فالطلاب في حاجة إلى تطوير استخدامهم لتمثيلات رياضية متنوعة، كما أنها تمنح المتعلم وسائل مفيدة لبناء الفهم وتوضيح الأفكار، كما يضيف (Fennel, & Rowan,2001, 290-291) أنه عند التخطيط لاستخدام التمثيلات الرياضية في الصفوف k-6، يجب أن نضع في الاعتبار مجموعة من الأسئلة مثل:

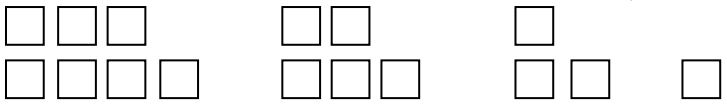
- كيف يمثل الطلاب الأفكار الرياضية التي يتضمنها الدرس؟
- ما النماذج التي ربما تكون مفيدة لتمثيل الأفكار الرياضية التي يتضمنها الدرس؟
- كيف يستخدم الطلاب التمثيلات لتنظيم الأفكار الرياضية وتسجيلها وتوضيحها للأخرين؟
- كيف يختار الطلاب التمثيلات المناسبة ويطبقوها في حل المشكلات ؟
- كيف يستخدم الطلاب التمثيلات لعمل نموذج أو تفسير الظواهر الفيزيائية والاجتماعية والرياضية؟
- ماذا يخبرنا التمثيل الذي قام به الطالب عن فهمه للرياضيات ؟
- كيف استطيع تشجيع طلابي لاستخدام التمثيلات بانتظام لمساعدتهم في اكتشاف الأفكار الرياضية ؟

وهكذا يتبين مما سبق أهمية تناول وعرض المفهوم الواحد بتمثيلات متعددة، حتى ينمو استيعاب الطلاب لهذا المفهوم، سواء كانت هذه التمثيلات تقدم للطالب في صورة رسوم بيانية أو رسوم تخطيطية أو اشكال هندسية، أو تقدم للطالب في صورة جداول أو قوائم منظمة أو شجرة بيانية، أو تقدم للطالب في صورة لفظية أو رموز رياضية أو عددية، أو تقدم للطلاب في صورة حسية أو باستخدام نماذج أو بأشياء حقيقية، وهكذا يمكن أن نساعد الطلبة على تحقيق فهم الرياضيات واستيعابها بصور أفضل، مما يكون له أثر إيجابي نحو إقبال الطلاب على دراستها، وفي هذا البحث يمكننا استخدام التمثيلات الرياضية من خلال تدريس الأنماط الرياضية كما يتضح من المثال الآتي:

التمثيل العددي: يعطى للطالب نمط عددي مثل: ١، ٣، ٥، ٧،. ....،. .... والمطلوب منه الإجابة عن مجموعة من الأسئلة مثل: وصف النمط

بأسلوبه الخاص، إكمال الحدود التالية في النمط، إيجاد ترتيب الحد الذي قيمته ١٧، إيجاد قيمة الحد الثاني عشر، ثم نسأل سؤال أخير حول قاعدة النمط ويحاول الطالب أن يكتشفها.

التمثيل الشكلي: ويمكن وضع السؤال نفسه في صورة أخرى من صور التمثيل وهي التمثيل الشكلي المعتمد على التتابع أو التتالي في الأشكال الهندسية وفقًا لقاعدة معينة كما يأتي:



والمطلوب من الطالب الإجابة عن الأسئلة السابقة نفسها مثل: وصف النمط بأسلوبه الخاص، رسم الحدود التالية في النمط، إيجاد ترتيب الحد الذي به ١٧ مربعًا، إيجاد قيمة الحد الثاني عشر، ثم نسأل سؤال أخير حول قاعدة النمط ويحاول الطالب أن يكتشفها.

التمثيل الجدولي: ويمكن وضع السؤال نفسه في صورة أخرى من صور التمثيل وهي التمثيل الجدولي كالآتي:

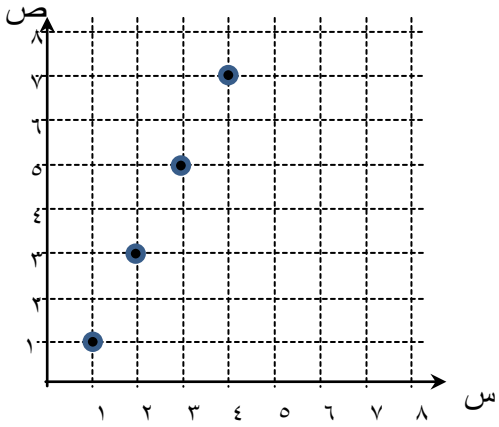
ترتيب الحد	١	٢	٣	٤	٥	٦
قيمة الحد	١	٣	٥	٧	.....	.....

والمطلوب من الطالب الإجابة عن الأسئلة السابقة نفسها مثل: وصف النمط بأسلوبه الخاص، كتابة قيم الحدود الناقصة في النمط، إيجاد ترتيب الحد الذي قيمته تساوي ١٧، إيجاد قيمة الحد الثاني عشر، ثم نسأل سؤال أخير حول قاعدة النمط ويحاول الطالب أن يكتشفها.

التمثيل اللفظي: ويمكن وضع السؤال نفسه في صورة أخرى من صور التمثيل وهي التمثيل اللفظي كالآتي:

أتفق رائد مع والده على أن يعطيه مكافأة عند قيامة بحل مسائل الرياضيات بطريقة صحيحة، على أن يأخذ رائد دينارًا واحدًا عند حله للمسألة الأولى بطريقة صحيحة، و٣ دنانير عند حله للمسألة الثانية، و٥ دنانير عن حل المسألة الثالثة، و٧ دنانير عن المسألة الرابعة،. .. وهكذا. ..، ثم يطلب من الطالب الإجابة عن بعض الأسئلة وهي نفسها الأسئلة السابقة مثل: كم يأخذ رائد من والده عندما يحل المسألة الخامسة، و كم يأخذ رائد من والده عندما يحل المسألة السادسة، ما رقم المسألة التي يأخذ فيها رائد ١٧ دينارًا من والده، ما المبلغ الذي يأخذه من والده عندما يحل المسألة الثانية عشرة، ثم نسأل سؤال أخير حول قاعدة النمط ويحاول الطالب أن يكتشفها.

التمثيل البياني: ويمكن وضع السؤال نفسه في صورة أخرى من صور التمثيل وهي التمثيل البياني كالآتي:



والمطلوب من الطالب الإجابة عن الأسئلة السابقة نفسها مثل: وصف النمط بأسلوبه الخاص، كتابة قيمة ص عندما س = ٥، س=٦، إيجاد قيمة س عندما ص =١٧، إيجاد قيمة ص عندما س=١٢، ثم نسأل سؤال أخير حول قاعدة النمط ويحاول الطالب أن يكتشفها.

وهكذا تضمن البحث الحالي تدريب الطلاب على خمسة أنواع من تمثيل الأنماط الرياضية هي العددي، والشكلي، والجدولي، واللفظي، والبياني، ولكن عند تحكيم الوحدة التعليمية المقترحة تم إلغاء النمط البياني لصعوبته في أنماط الدرجة الثانية،ولذلك تم الاقتصار على أربعة أنواع فقط من التمثيلات للأنماط الرياضية هي: العددي، والشكلي، والجدولي، واللفظي، سواء كان النمط خطي، أو تربيعي، وتم تدريب الطلاب على كل تمثيل بطريقة مستقلة، ثم تدريب الطلاب على التحويل بين التمثيلات المختلفة، وبالطريقة التي يفضلها الطالب، والتي تسهل عليه الوصول إلى الحل.

الدراسات السابقة التي اهتمت بموضوع التمثيلات المتعددة

دراسة (Supandi, Waluya, Rochmad, Suyitno, & Dewi, 2018) والتي هدفت إلى معرفة أثر إستراتيجية أو نموذج (فكر – تحدث – اكتب) في تنمية قدرات الطلبة في التمثيل الرياضي، وكذلك فهم العلاقة بين التمثيل الرياضي والكفاءة الذاتية، وقد تم تطبيق الاستراتيجية على عينة من طلاب الصف الثامن الذين يدرسون الهندسة والعلاقات المكانية، وقد تم استخدام اختبار القدرة على التمثيل الرياضي، واختبار الكفاءة الذاتية كأدوات لهذه الدراسة، وأشارت النتائج إلى وجود اختلاف في القدرة على التمثيل الرياضي والكفاءة الذاتية

لصالح المجموعة التجريبية، وكذلك وجود فرق في القدرة على التمثيل الرياضي لصالح الطلبة ذو الكفاءة الذاتية الأعلى، وهذا يعني أن مستوى الكفاءة الذاتية العالي أدى إلى زيادة الثقة بالنفس، مما كان له أثر إيجابي في تنمية قدرة الطلبة على التمثيل الرياضي، وكذلك تم ملاحظة أن الطلبة من خلال الاستراتيجية المستخدمة كانوا أكثر نشاطًا وطرحًا للأسئلة ومعالجة المشكلات، والإجابات بشكل تنافسي حماسي، وربما يكون ذلك أدى إلى مزيد من الثقة بالنفس، أدت بدورها إلى تحسن قدرة الطلبة على التمثيل الرياضي، بينما الطلبة في المجموعة الضابطة كان لديهم شعور بالحرج وعدم القدرة على طرح الأسئلة وتجنب المناقشات.

دراسة (Incikabi, 2017) والتي هدفت إلى تحديد التمثيلات الرياضية وكيفية تدريس الرياضيات من خلال تحليل الكتب المدرسية، حيث تم تحليل كتب الرياضيات من خلال النظر في التمثيلات اللفظية والجبرية والنمذجة والجداول والرسوم البيانية والحياة الحقيقية، واتضح أن الكتب المدرسية تتضمن تمثيلات جبرية بدرجة كبيرة، وأن الجداول والرسوم البيانية والتمثيلات الحياتية مدرجة في الكتب بدرجة صغيرة جدا، وبالنظر إلى التحويلات بين التمثيلات، تم ملاحظة أن العلاقة بين التمثيلات في الأنشطة الصفية تكون بنسبة كبيرة بين التمثيلات الجبرية واللفظية والنماذج، وبالمثل في الأنشطة اللاصفية، وبالإضافة إلى ذلك فإن كتب الرياضيات في المرحلة الثانوية تفضل الجداول والحياة الواقعية والتمثيلات الرسومية في حل الأسئلة داخل أو خارج الصف على حد سواء.

دراسة (Anwar et al, 2016) والتي اهتمت بتمثيلات الطلاب لبناء وفهم العلاقة بين محيط ومساحة المستطيل، وكان الهدف الأساسي هو وصف تمثيل الطلاب الرياضي، الذي يوضح قدرتهم على بناء وفهم العلاقة بين مفهومي المحيط والمساحة للمستطيل، واعتمد البحث على الاختبارات والمقابلات كأدوات بحثية، وقد شارك في هذا البحث طلاب الصف السابع، وقد أشارت نتائج الدراسة إلى أن الطلاب استخدموا التمثيلات البصرية والرمزية في فهم مفهومي المحيط والمساحة للمستطيل، وتقترح الدراسة توظيف هذه التمثيلات في الكتب المدرسية.

دراسة (أبو الرب، ٢٠١٦) والتي هدفت إلى معرفة التمثيلات المتعددة في تمثيل الكسور العادية، وأثرها على تحصيل وإتجاهات طلبة الصف الخامس الأساسي في مدارس الوكالة في نابلس، وقد تكونت عينة الدراسة من ٤ شعب، وتم تقسيمهم إلى مجموعتين تجريبية وضابطة، وقام الباحث بإعداد المادة العلمية مستخدمًا التمثيلات المتعددة (الصورة، الرمز، اللغة الرياضية، النموذج) وفق خطة تدريسية ١٢ حصة، وبعد تطبيق التجربة وأدوات الدراسة على

المجموعتين التجريبية والضابطة، ومعالجة البيانات إحصائيًا توصل البحث إلى وجود فرق لصالح المجموعة التجريبية في التحصيل والاتجاه، وقد أوصى الباحث بأهمية تدريب الطلبة على استخدام التمثيلات المتعددة.

دراسة (عبيدة، ٢٠١٦) والتي هدفت إلى توضيح خطوات استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات وتقصي أثرها على تنمية مهارات التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية وحل المسائل الجبرية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، وقد أعد الباحث لذلك اختبار التفكير الجبري، واختبار للمهارات الخوارزمية، واختبار حل المسائل الجبرية، وتكونت عينة الدراسة من ١٢٧ تلميذ وتلميذة للمجموعة التجريبية، ١٣١ تلميذ وتلميذة للمجموعة الضابطة، وبعد تطبيق أدوات الدراسة على العينة قبليًا وبعديًا، وتنفيذ التجربة، والحصول على البيانات ومعالجتها إحصائيًا، توصلت الدراسة إلى وجود فرق دال إحصائيًا لصالح المجموعة التجريبية في كل من مهارات التفكير الجبري، ومهارات الخورازميات، وحل المسائل الجبرية، وقد أوصت الدراسة بضرورة تدريب المعلمين على التمثيلات الرياضية وتوظيفها في تدريس الرياضيات.

دراسة (جمعة، ٢٠١٥) والتي هدفت إلى قياس فاعلية برنامج تعليمي محوسب بالتمثيلات الرياضية في تنمية مهارة حل المسألة الرياضية لدى طالبات الصف الخامس الأساسي بغزة، ولتحقيق هذا الهدف اختارت الباحثة ٨٩ طالبة كعينة للدراسة (٤٣ تجريبية، ٤٦ ضابطة) وطبقت عليهن أدوات الدراسة (اختبار حل المسائل الرياضية الهندسية وذلك بعد تدريس البرنامج التعليمي للمجموعة التجريبية، وبعد جمع البيانات ومعالجتها إحصائيًا توصلت الدراسة إلى وجود فرق دال لصالح المجموعة التجريبية في حل المسائل الرياضية، وقد أوصت الباحثة بالاهتمام بالتمثيلات الرياضية في تقديم دروس الرياضيات؛ لما لها من أثر إيجابي على تحصيل الطالبات.

دراسة (البلاصي، وبرهم، ٢٠١٠) والتي هدفت إلى استقصاء أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في إكتساب الطلاب للمفاهيم الرياضية، وقدرتهم على حل المسائل اللفظية في وحدة العلاقات والإقترانات لدى طلاب الصف الثامن، وقد تكونت عينة الدراسة من ٦٠ طالبًا (٣٠ تجريبية، ٣٠ ضابطة) وقد تم بناء اختبار في المفاهيم الرياضية واختبار في حل المسائل اللفظية، وبعد تطبيق الأدوات والحصول على البيانات ومعالجتها إحصائيًا، توصلت

الدراسة إلى تفوق المجموعة التجريبية على المجموعة الضابطة في إكتساب المفاهيم وحل المسائل اللفظية.

دراسة (بهوت، وعبد القادر، ٢٠٠٥) والتي هدفت إلى بحث تأثير استخدام مدخل التمثيلات الرياضية على بعض مهارات التواصل الرياضي لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي، ولذلك تم اختيار عينة مكونة من ١٤٠ تلميذ وتلميذة وطبق عليهم اختبارالتواصل الرياضي قبليًا وبعديًا، وبعد جمع البيانات ومعالجتها إحصائيًا توصلت الدراسة إلى وجود فرق دال إحصائيًا بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في مهارات التواصل الرياضي (الوصف، التمثيل، التبرير) لصالح المجموعة التجريبية والتي تدرس بمدخل التمثيلات الرياضية، مما يؤكد على فعالية هذا المدخل في تنمية مهارات التواصل الرياضي.

ومن خلال هذه الدراسات السابقة في مجال التمثيلات الرياضية نجد أنها توصلت إلى فعالية التمثيلات الرياضية في: تنمية مهارات التواصل الرياضي، حل المسائل اللفظية، التحصيل في الرياضيات، تنمية التفكير الجبري والمسائل الجبرية، تنمية الثقة بالنفس والقدرة على التمثيل الرياضي، كما أوصت بعض هذه الدراسات بالاهتمام بالتمثيلات الرياضية في تقديم دروس الرياضيات، وتوظيف هذه التمثيلات في الكتب المدرسية، ولقد استفاد الباحث من هذه الدراسات في بناء الوحدة التعليمية المقترحة بالاعتماد على التمثيلات المتعددة للأنماط الرياضية وهي: العددي، الشكلي، الجدولي، البياني، اللفظي، وكذلك في بناء اختبار الأنماط الرياضية بالاعتماد على التمثيلات المتعددة في تقديم أسئلة الاختبار، كما تم توظيف هذه الدراسات في مناقشة نتائج البحث وتفسيرها.

إجـــراءات البحـــث:

سوف نتناول في هذا الجزء عرضًا لإجراءات البحث وفقًا لما يأتي:

أ. بناء المواد التعليمية والأدوات (الوحدة التعليمية المقترحة، اختبار الأنماط الرياضية، اختبار التفكير الرياضي).

ب. اختيار عينة البحث.

ج. التطبيق القبلي لأدوات البحث.

د. تجانس عينة البحث.

هـ. تطبيق تجربة البحث (تدريس الوحدة التعليمية المقترحة للمجموعة التجريبية).

و. التطبيق البعدي لأدوات البحث.

ز. رصد البيانات التي تم الحصول عليها من تطبيق أدوات البحث قبليًا وبعديًا.

أ) بناء المواد التعليمية والأدوات:

١: بناء الوحدة التعليمية المقترحة والقائمة على التمثيلات المتعددة:

تم إعداد الوحدة التعليمية المقترحة لطلبة الصف الثاني الإعدادي بالاعتماد على الأنماط الرياضية وفقًا للتمثيلات المتعددة (عددي، شكلي، جدولي، بياني، لفظي)، وبهدف قياس فاعليتها في تنمية قدرة الطلبة على اكتشاف الأنماط الرياضية والتفكير الرياضي، وذلك وفقًا للخطوات الآتية:

- ١-١) تحديد أهداف الوحدة التعليمية.
- ١-٢) أسس بناء الوحدة التعليمية.
- ١-٣) تحديد محتوى الوحدة التعليمية وإعداد المواد والأنشطة التعليمية.
- ١-٤) تحديد الخطة الزمنية المقترحة لتدريس الوحدة التعليمية.
- ١-٥) تحديد استراتيجية التدريس المقترحة للوحدة التعليمية
- ١-٦) تحديد أساليب التقويم في الوحدة التعليمية.
- ١-٧) إعداد دليل المعلم للوحدة التعليمية.
- ١-٨) التأكد من صلاحية الوحدة التعليمية المقترحة قبل تطبيقها (صدق الوحدة التعليمية).
- ١-٩) الصورة النهائية للوحدة التعليمية المقترحة ودليل المعلم الخاص بها.

وسوف نتناول هذه الخطوات بشيء من التفصيل فيما يأتي:

١-١) تحديد أهداف الوحدة التعليمية:

تهدف الوحدة التعليمية للأنماط الرياضية والقائمة على التمثيلات المتعددة إلى تنمية قدرة الطلبة على:

- وصف الأنماط الرياضية من حيث العلاقة بين حدود النمط.
- وصف الأنماط الرياضية من حيث العلاقة بين ترتيب الحد وقيمته.
- اكتشاف الأنماط والعلاقات الرياضية الممثلة بتمثيلات مختلفة.
- إكمال الأنماط والعلاقات الرياضية الممثلة بتمثيلات مختلفة.
- توسيع الأنماط الممثلة بتمثيلات مختلفة.
- اكتشاف قاعدة النمط وكتابتها، (التي تربط بين قيمة الحد وترتيبه).

- تعين قيمة حد معين في أنماط ممثلة بتمثيلات مختلفة.
- تعين ترتيب حد معين معلوم قيمته في أنماط ممثلة بتمثيلات مختلفة.
- حل مسائل على التمثيلات المختلفة من الأنماط (عددي، شكلي، بياني، جدولي، لفظي).
- التحويل من تمثيل نمط إلى تمثيل أخر.
- تكوين أنماط بتمثيلات مختلفة.
- التفكير رياضيًا بصورة صحيحة.

١-٢) أسس بناء الوحدة التعليمية:

اعتمد بناء الوحدة التعليمية على الأسس الآتية:

- التركيز على الأنماط الرياضية من الدرجة الأولى والثانية وتقديمها إلى طلاب الصف الثاني الإعدادي.
- التركيز على مدخل التمثيلات المتعددة في تقديم الأنماط الرياضية إلى طلاب الصف الثاني الإعدادي.
- مراعاة إتباع نموذج منظم للدروس في الوحدة التعليمة يمر بأربعة مراحل هي: أفكر، أتعلم، أتدرب، أحل.
- مراعاة استخدام استراتيجية تدريس تساعد على التفكير والمشاركة الإيجابية من جانب الطلاب تمر بالمراحل الآتية: (أقرأ وأتأمل، استنتج مع التبرير، أسأل وأناقش، اكتشف القاعدة).
- توافر الأنشطة التعليمية التي تساعد الطلاب على المشاركة الإيجابية والمناقشة.
- الاعتماد على نشاط الطلبة وتفاعلهم مع الأنشطة التي تقدمها الوحدة التعليمية.
- تخاطب تفكير الطلاب الرياضي، وتعتمد على التشويق وجذب انتباه الطلبة، وتجعلهم ينخرطوا في العمل أثناء دراستها.
- مراعاة المرحلة العمرية للطلاب.

١-٣) تحديد محتوى الوحدة التعليمية وإعداد المواد والأنشطة التعليمية:

تم تحديد محتوى الوحدة التعليمية وفقًا لما يأتي:

- الإطلاع على بعض الكتب والمراجع والدراسات السابقة، وبعض سلاسل كتب الرياضيات العالمية مثل: Harcourt, Heinemann, McGraw hill, New Collins ,Scott Forsman, Pearson.، والتي تهتم بالأنماط الرياضية والتمثيلات

المتعددة، والتي يمكن تضمينها في منهج الرياضيات بالمرحلة الإعدادية، وذلك بهدف تحديدها وتدريسها للطلبة من خلال الوحدة التعليمية المقترحة للوقوف على فاعليتها في تنمية قدرة الطلبة على اكتشاف الأنماط الرياضية والتفكير الرياضي.

- تحليل محتوى كتب الرياضيات للصفوف من الأول الابتدائي إلى الثاني الإعدادي (١ – ٨) بهدف التعرف على محتوى الرياضيات بهذه المرحلة، واستخراج الأنماط الرياضية التي يتضمنها محتوى هذه الكتب، وذلك بهدف بناء محتوى الوحدة التعليمية المقترحة في ضوئها.
- تحديد محتوى الوحدة التعليمية في صورة أنشطة تعليمية وتضمينها في كتيب يوزع على الطلبة، ويقوم المعلم بتدريسها تحت إشراف الباحث، وقد تم تحديد موضوعات هذه الوحدة التعليمية وجدول (٣) يوضح ذلك.

جدول (٣) يوضح موضوعات الوحدة التعليمية المقترحة وعدد الحصص المناسبة لها

م	الموضوع	الدرس	عدد الحصص
١	الأنماط العددية	النمط الخطي	١
		النمط التربيعي	١
٢	الأنماط الشكلية	النمط الخطي	١
		النمط التربيعي	١
٣	الأنماط البيانية	النمط الخطي	١
		النمط التربيعي	١
٤	الأنماط الجدولية	النمط الخطي	١
		النمط التربيعي	١
٥	الأنماط اللفظية	النمط الخطي	١
		النمط التربيعي	١
٦	الأنماط المتنوعة والتحويل بينها	توسيع النمط واكتشاف قاعدة النمط التي تربط بين قيمة الحد وترتيبه	٤
المجموع			١٤

وقد تم تحديد محتوى الوحدة التعليمية بحيث يتناسب مع الهدف منها، وقد روعي أن تكون موضوعات الوحدة التعليمية متكاملة ومرتبطة ارتباطًا وثيقًا بمنهج الرياضيات بالمرحلة الإعدادية، ومناسبة للمرحلة العمرية للطلبة قدر الإمكان، وأن تكون الأنشطة ملائمة لهم، وتساعدهم على تحقيق الأهداف المرجوة من الوحدة التعليمية.

١-٤) تحديد الخطة الزمنية المقترحة لتدريس الوحدة التعليمية:

اشتملت الوحدة على ١٤ حصة دراسية، مدة كل حصة ٤٥ دقيقة، وتعقد حصتين أسبوعيًا على مدار ٧ أسابيع، هذا بخلاف حصص التطبيق القبلي والبعدي لأدوات البحث (اختبار الأنماط، واختبار التفكير الرياضي)، وقد تحددت هذه الخطة الزمنية في ضوء دروس الوحدة، وأهداف كل درس، وفي ضوء أساليب التدريس المستخدمة.

١-٥) تحديد استراتيجية التدريس المقترحة للوحدة التعليمية:

اعتمد تدريس الوحدة التعليمية على مخطط للدرس يتضمن أربعة مراحل هي: المرحلة الأولى: أفكر، ويقدم فيها المعلم نشاط لتهيئة الطلبة للدرس، والمرحلة الثانية: أتعلم، ويعرض فيها المعلم المعلومة الجديدة، ويقدم نموذج لكيفية التفكير في النمط عبر مراحل هي: **(أقرأ وأتأمل، استنتج مع التبرير، أسأل وأناقش، اكتشف القاعدة)** وتتنوع هذه المراحل بحسب قدرة الطلاب على المناقشة واكتشاف قاعدة النمط، والمرحلة الثالثة: أتدرب، ويمارس الطلبة فيها نفس المراحل السابقة في مرحلة أتعلم وتحت إشراف المعلم، والمرحلة الرابعة والأخيرة من الدرس وهي: أحل، ويقوم الطالب بحل سؤال واحد فقط على الأنماط بشكل فردي للتحقق من مدى استيعابه للموضوع، كما يوجد بعض الأسئلة الأخرى التي يمكن للطالب حلها في الحصة أو في المنزل، وقد تم الاعتماد على المشاركة الإيجابية للطلبة في المناقشة الصفية.

١-٦) تحديد أساليب التقويم في الوحدة التعليمية:

تم استخدام أسلوب التقويم التكويني أثناء الحصص الدراسية، ففي كل حصة كان يتم تقويم الطلبه مرتين مرة بشكل عمل جماعي بإشراف وتوجيه المعلم في مرحلة أتدرب، مرة بشكل فردي في مرحلة أحل، هذا بالإضافة إلى تطبيق أدوات البحث (اختبار الأنماط الرياضية، اختبارالتفكير الرياضي) قبليًا وبعديًا على الطلبة لتحديد مدى فاعلية الوحدة التعليمية المقترحة في تنمية قدرة الطلبة على اكتشاف الأنماط الرياضية، وعلى تفكيرهم الرياضي.

١-٧) إعداد دليل المعلم للوحدة التعليمية:

تم إعداد دليل للوحدة التعليمية أشتمل على كيفية إعداد وتنفيذ كل دروس الوحدة التعليمية بمراحلها المختلفة بتعليمات واضحة للمعلم حتى تتحق أهداف البحث المرجوة، وتضمن الدليل ما يأتي:

- مقدمة الدليل
- محتويات دليل الوحدة التعليمية

- مقدمة للمعلم
- أهداف الوحدة التعليمية
- تعليمات تدريس وحدة الأنماط الرياضية
- مقدمة تربوية عن الأنماط الرياضية والتمثيلات المتعددة
- خطة زمنية لتدريس وحدة الأنماط الرياضية
- نماذج لخطط بعض الدروس

١-٨) التأكد من صلاحية الوحدة التعليمية المقترحة قبل تطبيقها:

بعد الانتهاء من إعداد الوحدة التعليمية والدليل الخاص بها تم عرضهما على مجموعة من المحكمين، لإبداء الرأي حول مدى ملائمة الدروس والأنشطة المتضمنة فيها للطلبة، وأساليب التدريس والتقويم المتبعة لتحقيق أهدافها، والصحة العلمية والتربوية للمحتوى، ومدى ملائمة الزمن لتدريسها، وتم تعديل كل الملاحظات التي أسفر عنها تحكيم الوحدة التعليمية مثل: حذف الأنماط القائمة على الرسم البياني لدالة الدرجة الثانية لصعوبتها على الطلبة في تلك المرحلة العمرية، وكذلك التقليل من أنماط الدرجة الثانية لتقتصر على الأنماط التي على صورة بسيطة مثل: ص= أ س^{٢}، ص = أ س^{٢} + ب، أو (س+١)^{٢}، س(س+ أ)، وقد أصبحت الوحدة في صورتها النهائية، وكذلك قام الباحث بهذه التعديلات في دليل المعلم لتدريس الوحدة التعليمية المقترحة.

١-٩) الصورة النهائية للوحدة التعليمية المقترحة ودليل المعلم الخاص بها:

تم وضع الوحدة التعليمية المقترحة والقائمة على التمثيلات المتعددة في صورتها النهائية وقد تضمنت ٦ دروس حول الأنماط بتمثيلاتها المتعددة (عددي، بصري، جدولي، لفظي) ونوعين فقط هما النمط الخطي والنمط التربيعي. (ملحق ٢)، وتم تحديد الزمن المخصص لتدريسها ب ١٢ حصة دراسية كما أعد الباحث دليل المعلم الخاص بهذه الوحدة التعليمية في صورته النهائية (ملحق ٣). **وبهذا أمكن للباحث الإجابة عن السؤال الأول من أسئلة البحث والمتعلق ببناء الوحدة التعليمية المقترحة والقائمة على التمثيلات المتعددة والتي يمكن أن تنمي القدرة على التفكير الرياضي واكتشاف الأنماط الرياضية لدى طلاب الصف الثاني الإعدادي.**

٣: بناء اختبار الأنماط الرياضية:

تم إعداد اختبار الأنماط الرياضية وفقًا للخطوات الآتية:

- **تحديد الهدف من الاختبار:**

يهدف الاختبار إلى قياس قدرة طلبة الصف الثاني الإعدادي على اكتشاف الأنماط الرياضية بتمثيلاتها المختلفة.

- **تحديد التمثيلات المختلفة للأنماط الرياضية:**

تضمن الاختبار خمسة أنواع من التمثيلات هي (الأنماط العددية، الأنماط الشكلية، الأنماط البيانية، الأنماط الجدولية، الأنماط اللفظية).

- **تحديد الوزن النسبي:**

تم تحديد الوزن النسبي لكل نوع من هذه الأنماط وبناء جدول المواصفات وفقًا لنوع التمثيل ونوع النمط (من الدرجة الأولى أو الدرجة الثانية)، وقد تم توزيع أسئلة الاختبار بالتساوي بين تمثيلات الأنماط وانواعها.

- **صياغة مفردات الاختبار:**

بعد الإطلاع على بعض الكتب والمراجع والدراسات السابقة، وبعض سلاسل كتب الرياضيات العالمية مثل: Harcourt, Heinemann, McGraw hill, New Collins Scott Forsman, Pearson.,، والتي تهتم بالأنماط الرياضية والتمثيلات المتعددة، تم بصياغة مجموعة من الأسئلة في ضوء الوحدة التعليمية المقترحة، وفي ضوء الهدف من البحث، والهدف من الاختبار، وقد تم كتابة سؤالين لكل نوع من أنواع التمثيلات الخمسة للأنماط وهي: العددي، البصري، البياني، الجدولي، واللفظي، وكان أحد السؤالين على النمط الخطي والسؤال الأخر على النمط التربيعي.

- **صدق الاختبار:**

بعد كتابة أسئلة الاختبار تم وضع الاختبار في صورته الأولية، ثم عرضه على مجموعة من المحكمين بغرض التحقق من صدقه فيما يقيسه، وقد قدم المحكمين مقترحات فيما يخص الصياغة، وزمن الاختبار، وعدد المفردات، والمهارة التي تقيسها كل مفردة، وتم إجراء التعديلات التي أقرها المحكمون، والتي من بينها حذف الأسئلة الخاصة بالجزء البياني لأنها سوف ترتبط بتمثيل الأزواج المرتبة على الشبكة البيانية، ونظرًا لصعوبة تمثيل النمط

التربيعي لطلاب الصف الثاني الإعدادي وعدم قدرة الطلبة على تكملة الرسم واستنتاج الحدود التالية للنمط منه، وكذلك حذف بعض الأنماط التربيعية مثل: ٨، ١٤، ٢٢، ٣٠،.. ..، لصعوبتها وإستبداله بنمط أخر، وبهذا تكون الاختبار في صورته النهائية من ٨ أسئلة، سؤالين على كل نوع من أنواع التمثيلات المختلفة للأنماط (عددي، بصري، جدولي، لفظي) سؤال مخصص للنمط الخطي وسؤال مخصص للنمط التربيعي، وكان كل سؤال يتكون من خمسة أسئلة فرعية (وصف النمط، إكمال النمط، توسيع النمط، تحديد ترتيب حد ما، قاعدة النمط)، وجدول (٤) يوضح توزيع أسئلة الاختبار.

جدول (٤) توزيع أسئلة اختبار الأنماط الرياضية على التمثيلات المختلفة للأنماط وأنواعها

النوع		الخطي	التربيعي	عدد الأسئلة	الدرجات
التمثيل	النمط العددي	١	١	٢	٢٠
	النمط البصري	١	١	٢	٢٠
	النمط الجدولي	١	١	٢	٢٠
	النمط اللفظي	١	١	٢	٢٠
	المجموع	٤	٤	٨	٨٠

- **التجريب الاستطلاعي للاختبار:**

تم التجريب الاستطلاعي للاختبار على عينة استطلاعية من طلاب الصف الثاني الإعدادي بمدرسة القضيبية الابتدائية الإعدادية للبنين (٣٤ طالبًا بخلاف عينة البحث التجريبية) في الفصل الدراسي الأول من العام الدراسي ٢٠١٦/٢٠١٧، وكان التطبيق الاستطلاعي للاختبار بهدف التحقق من ثبات الاختبار، ومدى ملائمة الزمن، وكذلك وضوح الأسئلة وصياغتها للطلاب، وقد تم حساب معامل ثبات الاختبار باستخدام طريقة التجزئة النصفية، وقد بلغ معامل ثبات الاختبار ٠,٨٣، وهو معامل ثبات مقبول نسبيًا، كما تم حساب متوسط زمن الأداء على الاختبار، ووجد أنه ١٢٠ دقيقة، وبذلك تم تحديد الزمن المناسب للإجابة عن أسئلة الاختبار، كما تم تعديل بعض الصياغات اللفظية وخاصة في الأنماط اللفظية حتى لا يحدث سوء فهم للطلبة فيها.

وتم حساب صدق التكوين (صدق المفهوم)، حيث يشير كل من (علام، ٢٠٠٦، ١١٠-١١١؛ الطريري، ١٩٩٧، ٢٦٣) إلى أنه يمكن حساب صدق التكوين الفرضي أو صدق المفهوم Construct Validityعن طريق الاتساق الداخلي أو التجانس بين مكونات

الاختبار، وذلك بحساب معاملات الارتباط بين درجات الطلاب الكلية على الاختبار، ودرجاتهم على المكونات الفرعية للاختبار، ويكون المقياس متسق داخليا أو متجانس عندما تكون معاملات الارتباط دالة إحصائيًا، ويقيس السمة التي وضع لقياسها، ولذا تم التحقق من الاتساق الداخلي لاختبار الأنماط الرياضية بحساب معامل الارتباط بين درجة الطلاب على كل محور من محاور الاختبار ودرجة الطلاب على الاختبار ككل، ويوضح جدول (٥) نتائج ذلك.

جدول (٥) معاملات الارتباط بين درجات الطلاب على اختبار الأنماط الرياضية ومكوناته الفرعية

المحور	الاختبار ككل	مستوى الدلالة
النمط العددي	٠,٦٠٦	٠,٠٠٠
النمط الشكلي	٠,٣٧٧	٠,٠٢١
النمط الجدولي	٠,٥٨٣	٠,٠٠٠
النمط اللفظي	٠,٣٩٤	٠,٠١٨
النمط الخطي	٠,٧٠٨	٠,٠٠٠
النمط التربيعي	٠,٧١١	٠,٠٠٠

ويتضح من جدول (٥) أن معاملات الارتباط بين درجات الطلاب الكلية على اختبار الأنماط الرياضية وبين درجاتهم على كل من مكونات الاختبار دالة إحصائيًا، مما يدل على اتساق الاختبار (تجانس) داخليا ويؤكد على صدق التكوين الفرضي للاختبار.

- **الصورة النهائية للاختبار:**

وبعد ذلك تم وضع الاختبار في صورته النهائية (ملحق ٤) وتضمن الاختبار ٨ أسئلة اساسية لكل سؤال منها ٥ أجزاء فرعية، وتمت كتابة تعليمات الاختبار، وإعداد نموذج الإجابة ومفتاح التصحيح، وكانت الدرجة النهائية للاختبار ٨٠ درجة، وتم تطبيقه على مرتين نظرًا لطول زمن الاختبار.

٣: بناء اختبار التفكير الرياضي:

تم إعداد اختبار التفكير الرياضي وفقًا للخطوات الآتية:

- **تحديد الهدف من الاختبار:**

يهدف الاختبار إلى قياس قدرة طلبة الصف الثاني الإعدادي على التفكير الرياضي بمكوناته المختلفة (البصري، التخمين، الاستقرائي، المنطقي).

- **تحديد مهارات التفكير الرياضي:**

تم تحديد مهارات التفكير الرياضي والتي يتضمنها الاختبار وهي: (البصري، التخمين، الاستقرائي، المنطقي).

- **تحديد الوزن النسبي:**

تم تحديد وزن نسبي متساوٍ لكل مكون من مكونات التفكير الرياضي المختلفة من حيث عدد الأسئلة والدرجات المخصصة لكل نوع.

- **صياغة مفردات الاختبار:**

بعد الاطلاع على العديد من البحوث والدراسات في مجال التفكير الرياضي للاستفادة منها في صياغة أسئلة اختبار التفكير الرياضي، ومنها: (أحمد، ٢٠١٧)، (القرون، ٢٠١٨)، (العيلة، ٢٠١٢)،(المنصور، ٢٠١١)، (الصباغ، ٢٠١٣)، (الرشيدي، ٢٠١٤)، (التخانية، ٢٠١٨)،(Samo, et al., 2017)، (Saragih, & Napitupulu, 2015) (Brendefur, et al., 2013)، (Brown,et al., 2007)، تم صياغة مجموعة من الأسئلة في ضوء الهدف من البحث والهدف من الاختبار، وقد تم كتابة ستة أسئلة على كل مهارة من مهارات التفكير الرياضي الأربعة، وأصبحت مفردات الاختبار ٢٤ مفردة، وكانت كلها تتطلب حل كتابي من الطالب.

- **صدق الاختبار:**

بعد كتابة مفردات الاختبار تم وضع الاختبار في صورته الأولية، مع إعداد نموذج الإجابة الخاص به، ثم عرض الاختبارعلى مجموعة من المحكمين بغرض التحقق من صدقه فيما يقيسه، وقد أشار المحكمين إلى مجموعة من المقترحات فيما يخص الصياغة، وزمن الاختبار، وعدد المفردات، ونوع التفكير الرياضي المرتبط بكل مفردة، وتم إجراء التعديلات التي أقرها المحكمون، والتي من بينها حذف بعض الأسئلة لطول الاختبار، وحذف بعض الأسئلة لصعوبتها، والاكتفاء بأربعة أسئلة فقط على كل نوع من أنواع التفكير الرياضي، وبهذا تكون الاختبار من ١٦ سؤال، أربعة أسئلة على كل مهارة من مهارات التفكير الرياضي المختلفة (بصري، تخمين، استقرائي، منطقي)، وجدول (٦) يوضح توزيع أسئلة الاختبار.

جدول (٦) توزيع أسئلة اختبار التفكير الرياضي بمهاراته المختلفة

المهارة	عدد الأسئلة	الدرجات
التخمين	٤	٢٠
البصري	٤	٢٠
الاستقرائي	٤	٢٠
المنطقي	٤	٢٠
المجموع	١٦	٨٠

- **التجريب الاستطلاعي للاختبار:**

تم التجريب الاستطلاعي للاختبار على عينة استطلاعية من طلاب الصف الثاني الإعدادي بمدرسة القضيبية الابتدائية الإعدادية للبنين (٣٢ طالبًا) في الفصل الدراسي الأول من العام الدراسي ٢٠١٦/٢٠١٧، وكان التطبيق الاستطلاعي للاختبار بهدف التحقق من ثبات الاختبار، ومدى ملاءمة الزمن، وكذلك وضوح الأسئلة وصياغتها للطلاب، وقد تم حساب معامل ثبات الاختبار باستخدام طريقة التجزئة النصفية، وقد بلغ معامل ثبات الاختبار ٠,٧٩، وهو معامل ثبات مقبول نسبيًا، كما تم حساب متوسط زمن الأداء على الاختبار، ووجد أنه ١٢٠ دقيقة، وبذلك تم تحديد الزمن المناسب للإجابة عن أسئلة الاختبار، وتم التحقق من صدق التكوين الفرضي أو صدق المفهوم Construct Validity عن طريق الاتساق الداخلي لاختبار التفكير الرياضي بحساب معامل الارتباط بين درجات الطلاب على كل مهارة من مهارات التفكير الرياضي ودرجات الطلاب على اختبار التفكير الرياضي ككل، ويوضح جدول (٧) نتائج ذلك.

جدول (٧) معاملات الارتباط بين درجات الطلاب على اختبار التفكير الرياضي ومهاراته الفرعية

المهارة	الاختبار ككل	مستوى الدلالة
البصري	٠,٤٣٦	٠,٠٠٧
التخمين	٠,٤٢٧	٠,٠٠٨
الاستقرائي	٠,٦١٤	٠,٠٠٠
المنطقي	٠,٥٣٩	٠,٠٠١

ويتضح من جدول (٧) أن معاملات الارتباط بين درجات الطلاب الكلية على اختبار التفكير الرياضي وبين درجاتهم على كل من مكونات الاختبار دالة إحصائيًا، مما يدل على اتساق الاختبار (تجانس) داخليا ويؤكد على صدق التكوين الفرضي للاختبار.

- **الصورة النهائية للاختبار:**

وبعد ذلك تم وضع الاختبار في صورته النهائية (ملحق ٥)، حيث تضمن الاختبار ١٦ سؤالًا، وتمت كتابة تعليميات الاختبار، وإعداد نموذج الإجابة ومفتاح التصحيح، وكانت الدرجة النهائية للاختبار ٨٠ درجة وتم تطبيقه على مرتين نظرًا لطول زمن الاختبار.

ب) اختيار عينة البحث:

تكونت عينة البحث من مجموعة من طلبة الصف الثاني الإعدادي وعددهم ٧٦ طالبًا من مدرسة القضيبية الابتدائية الإعدادية للبنين، تم اختيارهم عشوائيا من بين طلبة المدرسة، وتم تقسيمهم إلى مجموعتين الأولى تجريبية (٣٨ طالبًا) والثانية ضابطة (٣٨ طالبًا)، وقد تم استبعاد بعض الطلاب بسبب الغياب عند تطبيق الاختبارات القبلية والبعدية، ولذلك أصبح العدد الفعلي لعينة البحث ٧٢ طالبًا (٣٥ تجريبية، ٣٧ ضابطة).

ج) التطبيق القبلي لأدوات البحث:

وفي بداية الفصل الدراسي الثاني من العام الدراسي ٢٠١٦/٢٠١٧ م تم تطبيق أدوات البحث المتمثلة في اختبار الأنماط الرياضية، واختبار التفكير الرياضي على عينة البحث (المجموعة التجريبية، المجموعة الضابطة)، وذلك بهدف التعرف على قدرة الطلبة على اكتشاف الأنماط الرياضية والتفكير الرياضي لديهم قبليًا، ولمعرفة مدى التجانس بين المجموعتين التجريبية والضابطة من حيث القدرة على اكتشاف الأنماط والتفكير الرياضي.

د) تجانس مجموعتي البحث:

تم التحقق من تجانس مجموعتي البحث (التجريبية والضابطة) من حيث متغيري: الأنماط الرياضية، والتفكير الرياضي، وسنوضح ذلك في فيما يأتي:

د-١) التجانس من حيث القدرة على اكتشاف الأنماط الرياضية قبليًا:

تم تطبيق اختبار الأنماط الرياضية قبليًا على مجموعتي البحث، وبعد تصحيح الاختبار وفقًا لنموذج الإجابة والحصول على درجات طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة، وتم التحقق من تجانس المجموعتين بمعالجة البيانات التي حصل عليها باستخدام برنامج SPSS، عن طريق استخدام اختبار "ت" (t-test) وتتلخص النتائج في جدول (٨) الآتي:

جدول (٨) نتائج استخدام اختبار "ت" لدلالة الفرق بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار الأنماط الرياضية قبليا

الاختبار		المجموعة	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة ت	مستوى الدلالة
اختبار الأنماط الرياضية	الأنماط العددية	تجريبية	٣٥	٤,٨٣	٠,٧٩	١,٣١	غير دالة
		ضابطة	٣٧	٤,٥٧	٠,٩٠		
	أنماط الشكل	تجريبية	٣٥	٤,٧١	٠,٨٩	٠,٤٤	غير دالة
		ضابطة	٣٧	٤,٨١	٠,٩٧		
	الأنماط الجدولية	تجريبية	٣٥	٤,٩٤	١,١١	٠,٦٢	غير دالة
		ضابطة	٣٧	٤,٧٨	١,٠٨		
	الأنماط اللفظية	تجريبية	٣٥	٣,٩١	٠,٨٢	٠,١٨	غير دالة
		ضابطة	٣٧	٣,٨٩	٠,٨١		
	النمط من الدرجة الأولى	تجريبية	٣٥	٩,٥٤	١,٨٢	١,١١	غير دالة
		ضابطة	٣٧	٩,١٤	١,٢٥		
	النمط من الدرجة الثانية	تجريبية	٣٥	٨,٨٦	١,١٤	٠,٢٢	غير دالة
		ضابطة	٣٧	٨,٩٢	١,٢٦		
	الأنماط ككل	تجريبية	٣٥	١٨,٤٠	٢,٣٢	٠,٧١	غير دالة
		ضابطة	٣٧	١٨,٠٥	١,٧٨		

يتضح من جدول (٨) أن قيمة "ت " غير دالة إحصائيًا، مما يدل على عدم وجود فرق بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار الأنماط الرياضية (العددي، والشكل، الجدولي، اللفظي، والخطى، والتربيعي، والأنماط ككل) قبليًا، مما يشير إلى تجانس المجموعتين التجريبية والضابطة قبليًا بالنسبة لقدرة الطلبة على اكتشاف الأنماط الرياضية.

د-٣) التجانس من حيث القدرة على التفكير الرياضي قبلياً:

تم تطبيق اختبار التفكير الرياضي قبليًا على مجموعتي البحث، وبعد تصحيح الاختبار وفقًا لنموذج الإجابة والحصول على درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة، وتم التحقق من تجانس المجموعتين بمعالجة البيانات التي حصل عليها باستخدام برنامج SPSS، باستخدام اختبار"ت"(t-test)، وتتلخص النتائج في جدول (٩) الآتي:

جدول (٩) نتائج استخدام اختبار " ت " لدلالة الفرق بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار التفكير الرياضي قبليا

الاختبار		المجموعة	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة ت	مستوى الدلالة
اختبار التفكير الرياضي	البصري	تجريبية	٣٥	٧,٤٣	١,٤٠	١,١٦	غير دالة
		ضابطة	٣٧	٧,٠٥	١,٣٣		
	التخمين	تجريبية	٣٥	٧,٤٠	١,٣٨	١,١١	غير دالة
		ضابطة	٣٧	٧,٧٣	١,١٥		
	الاستقراء	تجريبية	٣٥	٧,٥٤	١,٠١	١,٢٤	غير دالة
		ضابطة	٣٧	٧,٢٢	١,٢١		
	المنطقي	تجريبية	٣٥	٧,٢٩	١,٤٣	١,٤٨	غير دالة
		ضابطة	٣٧	٦,٨٩	٠,٧٤		
	التفكير الرياضي ككل	تجريبية	٣٥	٢٩,٦٦	٢,٨١	١,٢٩	غير دالة
		ضابطة	٣٧	٢٨,٨٩	٢,٢١		

يتضح من جدول (٩) أن قيمة "ت " غير دالة إحصائيًا، مما يدل على عدم وجود فرق بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار التفكير الرياضي (البصري، التخمين، الاستقرائي، المنطقي، والاختبار ككل) قبليًا، مما يشير إلى تجانس المجموعتين التجريبية والضابطة قبليًا بالنسبة لقدرة الطلبة على التفكير الرياضي.

هـ) تطبيق الوحدة التعليمية المقترحة (تطبيق تجربة البحث) :

بعد التطبيق القبلي لأدوات البحث، تم تطبيق الوحدة التعليمية المقترحة على المجموعة التجريبية، وقد قام معلم الرياضيات بالمدرسة الذي يدرس لذات الفصلين بتدريس الوحدة التعليمية المقترحة للمجموعة التجريبية، وقد استغرق التدريس ١٢ حصة دراسية بخلاف تطبيق الاختبارات قبليًا وبعديًا بواقع حصتين أسبوعيًا، أي استغرق تطبيق الوحدة التعليمية ٦ أسابيع في الفصل الدراسي الثاني من العام الدراسي ٢٠١٦/٢٠١٧م.

و) التطبيق البعدي لأدوات البحث:

بعد الانتهاء من تطبيق الوحدة التعليمية المقترحة تم تطبيق أدوات البحث بعديًا، والمتمثلة في اختبار الأنماط الرياضية، واختبار التفكير الرياضي على عينة البحث (المجموعة

التجريبية، المجموعة الضابطة)، وتم تصحيح الاختبارات ورصد درجات الطلبة قبليًا وبعديًا على اختبار الأنماط واختبار التفكير الرياضي، وذلك للمجموعتين التجريبية والضابطة وذلك بهدف تحديد مدى فاعلية الوحدة التعليمية المقترحة في تنمية قدرة الطلبة على اكتشاف الأنماط وتنمية تفكيرهم الرياضي.

نتائج البحث ومناقشتها والتوصيات والمقترحات:

سوف نتناول في هذا الجزء عرض نتائج البحث، يليها مناقشة نتائج البحث وتفسيرها، ثم عرض توصيات البحث ومقترحاته.

أولًا: نتائـــج البحـــث:

نتناول في هذا الجزء عرض نتائج تحليل البيانات التي تم الحصول عليها من التطبيق القبلي والتطبيق البعدي لأدوات البحث (اختبار الأنماط الرياضية، اختبار التفكير الرياضي)، وذلك بغرض التحقق من فروض البحث والمتعلقة بمدى فاعلية الوحدة التعليمية المقترحة والقائمة على التمثيلات المتعددة في تنمية القدرة على اكتشاف الأنماط والتفكير الرياضي لدى طلاب الصف الثاني الإعدادي، وقد اعتمد الباحث في تحليل النتائج على استخدام برنامج التحليل الإحصائي (SPSS).

١) النتائج الخاصة بأداء الطلاب على اختبار الأنماط الرياضية.

١-١ نتائج الفرض الأول:

للتحقق من صحة الفرض الأول من فروض البحث والذي ينص على: يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار الأنماط الرياضية (عددي، شكلي، جدولي، لفظي، خطي، تربيعي، ككل) بعديًا لصالح طلاب المجموعة التجريبية، ولذا تم حساب دلالة الفرق بين متوسطي الدرجات البعدية لطلاب الصف الثاني الإعدادي في المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار الأنماط الرياضية بمحاوره المختلفة، ثم حساب قيمة مربع إيتا لمعرفة حجم التأثير للوحدة التعليمية المقترحة في تنمية قدرة الطلبة على اكتشاف الأنماط الرياضية، ويوضح جدول (١٠) نتائج ذلك.

جدول (١٠) نتائج استخدام اختبار " ت " لدلالة الفرق بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار الأنماط الرياضية بعدياً

الاختبار		المجموعة	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة ت	مستوى الدلالة	مربع إيتا
اختبار الأنماط الرياضية	الأنماط العددية	تجريبية	٣٥	١٦,٤٣	٠,٧٨	٣٣,٢٩	دالة عند مستوى ٠,٠١	٠,٩٤٠
		ضابطة	٣٧	٦,٥٤	١,٥٩			
	أنماط الشكل	تجريبية	٣٥	١٥,٦٩	١,٣٧	٢٥,٩٢	دالة عند مستوى ٠,٠١	٠,٩٠٦
		ضابطة	٣٧	٧,٠٣	١,٤٦			
	الأنماط الجدولية	تجريبية	٣٥	١٥,٧١	١,٢٥	٢٩,١	دالة عند مستوى ٠,٠١	٠,٩٢٤
		ضابطة	٣٧	٧,٢٢	١,٢٣			
	الأنماط اللفظية	تجريبية	٣٥	١٢,٦٣	١,٠٠	١٩,٣٢	دالة عند مستوى ٠,٠١	٠,٨٤٢
		ضابطة	٣٧	٦,١٩	١,٧١			
	النمط الخطي	تجريبية	٣٥	٣٣,٨٩	١,٥٣	٤١,٠١	دالة عند مستوى ٠,٠١	٠,٩٦٠
		ضابطة	٣٧	١٣,٣٠	٢,٥٧			
	النمط التربيعي	تجريبية	٣٥	٢٦,٥٧	١,٧٩	٣٠,٤٠	دالة عند مستوى ٠,٠١	٠,٩٣٠
		ضابطة	٣٧	١٣,٦٨	١,٨١			
	الأنماط ككل	تجريبية	٣٥	٦٠,٤٦	٢,٦٧	٤٣,٦٣	دالة عند مستوى ٠,٠١	٠,٩٦٥
		ضابطة	٣٧	٢٦,٩٧	٣,٧٢			

يتضح من جدول (١٠) أن قيم "ت" دالة إحصائيا عند مستوى دلالة ٠,٠١، مما يشير إلى وجود فرق دال إحصائيًا بين متوسطي الدرجات البعدية لطلاب المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار الأنماط الرياضية (النمط العددي، نمط الشكل، النمط الجدولي، النمط اللفظي، النمط الخطي، النمط التربيعي، اختبار الأنماط ككل)، وهذا الفرق كان لصالح طلاب المجموعة التجريبية، وهذا يعني أنه قد حدث نمو في القدرة على اكتشاف الأنماط الرياضية لدى طلاب المجموعة التجريبية بصورة أفضل من طلاب المجموعة الضابطة، ولمعرفة حجم التأثير لدلالة الفرق بين المتوسطات في اختبار " ت "، تم حساب الدلالة العملية لاختبار "ت" عن طريق حساب حجم التأثير effect size بحساب قيمة مربع إيتا، وهي موضحة بجدول (١٠) ويتضح من هذا الجدول أن حجم تأثير المعالجة التجريبية كان كبير (قيمة مربع إيتا أكبر من ٠,١٤) على كل من قدرة الطلبة على اكتشاف الأنماط الرياضية بوجه عام، وكذلك كان التأثير كبير على قدرة الطلبة على اكتشاف الأنماط العددية، والأنماط المتعلقة بالشكل، والأنماط الجدولية، والأنماط

اللفظية، والأنماط الخطية،والأنماط التربيعية، وبهذا يمكن قبول الفرض الأول من فروض البحث والقول بأنه يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى دلالة ٠,٠١ بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية وطلاب المجموعة الضابطة على اختبار الأنماط الرياضية البعدي (النمط العددي، نمط الشكل، النمط الجدولي، النمط اللفظي، اختبار الأنماط ككل) لصالح طلاب المجموعة التجريبية.

١-٢) نتائج الفرض الثاني:

للتحقق من صحة الفرض الثاني من فروض البحث والذي ينص على: يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية قبليًا وبعديًا على اختبار الأنماط الرياضية (عددي، شكلي، جدولي، لفظي، خطي، تربيعي، ككل) لصالح متوسط الدرجات البعدي، لذا تم حساب دلالة الفرق بين متوسطي الدرجات القبلية والبعدية لتلاميذ الصف الثاني الإعدادي في المجموعة التجريبية على اختبار الأنماط الرياضية (عددي، شكلي، جدولي، لفظي، خطي، تربيعي، ككل)، وتم حساب حجم التأثير بحساب قيمة d، ويوضح جدول (١١) نتائج ذلك.

جدول (١١) نتائج استخدام اختبار"ت" وحجم التأثير لدلالة الفرق بين متوسطي الدرجات القبلية والبعدية لطلاب المجموعة التجريبية على اختبار الأنماط الرياضية

الاختبار		المجموعة	العدد	متوسط الفرق	الانحراف المعياري	قيمة ت	مستوى الدلالة	قيمة d
اختبار الأنماط الرياضية	النمط العددي	تجريبية	٣٥	١١,٦٠	١,١٩	٥٧,٥٢	دالة عند ٠,٠١	٩,٧٢
	نمط الشكل	تجريبية	٣٥	١٠,٩٧	١,٦٢	٤٠,١٣	دالة عند ٠,٠١	٦,٧٨
	النمط الجدولي	تجريبية	٣٥	١٠,٧٧	١,٩٠	٣٣,٦٢	دالة عند ٠,٠١	٥,٦٨
	النمط اللفظي	تجريبية	٣٥	٨,٧١	١,٣٦	٣٧,٨٣	دالة عند ٠,٠١	٦,٣٩
	النمط الخطي	تجريبية	٣٥	٢٤,٣٤	٢,٣٤	٦١,٥٩	دالة عند ٠,٠١	١٠,٤١
	النمط التربيعي	تجريبية	٣٥	١٧,٧١	٢,٣٠	٤٥,٦٦	دالة عند ٠,٠١	٧,٧٢
	الأنماط ككل	تجريبية	٣٥	٤٢,٠٦	٣,٦٧	٦٧,٨٠	دالة عند ٠,٠١	١١,٤٦

يتضح من جدول (١١) أن هناك فرقًا دالاً إحصائيا بين متوسطي الدرجات القبلية والبعدية لطلاب المجموعة التجريبية على اختبار الأنماط الرياضية من حيث قدرة الطلبة على اكتشاف الأنماط العددية، والأنماط الهندسية المتعلقة بالشكل، والأنماط الجدولية، والأنماط اللفظية، النمط الخطي، النمط التربيعي، والأنماط ككل، حيث كانت قيمة "ت" دالة لكل منها عند

مستوى ٠,٠١، وبذلك يمكن القول بأن الوحدة التعليمية المقترحة أثرت بشكل إيجابي على أداء الطلبة البعدي في كل نوع من أنواع الأنماط وهي: النمط العددي (المرتبط بالأعداد)، والنمط الشكلي (المرتبط بالأشكال الهندسية)، والنمط الجدولي (المرتبط بالجداول)، والنمط اللفظي (المرتبط بالكلمات والالفاظ)، والنمط الخطي (المرتبط بالعلاقة الخطية بين ترتيب الحد وقيمته بصرف النظر عن كيفية تمثيل النمط) والنمط التربيعي (المرتبط بالعلاقة التربيعية بين ترتيب النمط وقيمته بصرف النظرعن كيفية تمثيل النمط)، وقد تم حساب الدلالة العملية لاختبار "ت " عن طريق حساب حجم التأثير effect size بحساب قيمة (d) وهي موضحة بجدول (١١)، ويتضح من هذا الجدول أن حجم تأثير المعالجة التجريبية كان كبير حيث كانت جميع القيم أكبر من ٠,٨ على كل نوع من أنواع الأنماط الرياضية السابقة، وعلى أداء الطلبة في اختبار الأنماط الرياضية ككل، وبهذا يتضح أن الوحدة التعليمية المقترحة أثرت بشكل كبير في أداء طلاب الصف الثاني الإعدادي بالمجموعة التجريبية، وبهذا يمكن قبول الفرض الثاني من فروض البحث والقول بأنه يوجد فرق دال إحصائيا بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية القبلية والبعدية في اختبار الأنماط الرياضية (النمط العددي، نمط الشكل، النمط الجدولي، النمط اللفظي، النمط الخطي، النمط التربيعي، الأنماط ككل) لصالح متوسط الدرجات البعدية.

إن هذا التغير الذي حدث في أداء طلاب المجموعة التجريبية، والذي جعلها تتفوق على المجموعة الضابطة، وكذلك التحسن في الأداء البعدي لطلاب المجموعة التجريبية على اختبار الأنماط الرياضية في مقابل الأداء القبلي، فهل هذا يؤكد على فعالية الوحدة التعليمية المقترحة في تنمية قدرة طلاب الصف الثاني الإعدادي على اكتشاف الأنماط الرياضية، وهذا ما سيتم الإجابة عنه من خلال التحقق من صحة الفرض الثالث من فروض البحث فيما يأتي.

١-٣) نتائج الفرض الثالث:

للتحقق من صحة الفرض الثالث من فروض البحث والذي ينص على: تتصف الوحدة التعليمية المقترحة بالفاعلية (نسبة الكسب المعدل لبلاك $\geq$ ١,٢) في تنمية قدرة طلاب الصف الثاني الإعدادي بالمجموعة التجريبية على اكتشاف الأنماط الرياضية (عددي، شكلي، جدولي، لفظي، خطي، تربيعي، ككل)، ولذلك تم حساب نسبة الكسب المعدل لـ بلاك Blake Modified Gain Ratio، وذلك بحساب المتوسطات القبلية والبعدية لطلاب المجموعة التجريبية على اختبار الأنماط الرياضية بمحاوره المختلفة وكذلك تحديد الدرجة النهائية لكل محور من محاور الاختبار، ويوضح جدول (١٢) نتائج ذلك.

جدول (١٢) نسبة الكسب المعدل لدرجات طلاب المجموعة التجريبية على اختبار الأنماط الرياضية

نوع الاختبار		المتوسط القبلي	المتوسط البعدي	الدرجة النهائية	نسبة الكسب المعدل	الدلالة
اختبار الأنماط الرياضية	النمط العددي	٤,٨٣	١٦,٤٣	٢٠	١,٣٤	دالة لأنها أكبر من ١,٢
	النمط الشكل	٤,٧١	١٥,٦٩	٢٠	١,٢٧	دالة لأنها أكبر من ١,٢
	النمط الجدول	٤,٩٤	١٥,٧١	٢٠	١,٢٥	دالة لأنها أكبر من ١,٢
	النمط اللفظي	٣,٩١	١٢,٦٣	٢٠	٠,٩٨	غير دالة لأنها أقل من ١,٢
	النمط الخطي	٩,٥٤	٣٣,٨٩	٤٠	١,٤١	دالة لأنها أكبر من ١,٢
	النمط التربيعي	٨,٨٦	٢٦,٥٧	٤٠	١,٠١	غير دالة لأنها أقل من ١,٢
	الاختبار ككل	١٨,٤٠	٦٠,٤٦	٨٠	١,٢١	دالة لأنها أكبر من ١,٢

ويتضح من جدول (١٢) أن نسبة الكسب المعدل تجاوزت الحد الفاصل للدلالة وهو ١,٢ في بعض المحاور، ولم تتجاوز النسبة ١,٢ في البعض الأخر من المحاور، وهذا يعني أن الوحدة التعليمية المقترحة كانت فعالة في تنمية قدرة طلاب الصف الثاني الإعدادي على اكتشاف الأنماط الرياضية بصفة عامة، وكذلك بالنسبة لاكتشاف الأنماط العددية، والأنماط المتعلقة بالشكل، والأنماط الجدولية، والأنماط الخطية، ولكن لم تصل إلى حد الفاعلية في كل من النمط اللفظي والنمط التربيعي، وبناء على ما سبق يمكننا قبول الفرض الثالث من فروض البحث جزئيًا، والقول بأن الوحدة التعليمية المقترحة كانت فعالة فى تنمية قدرة طلاب الصف الثاني الإعدادي على اكتشاف الأنماط الرياضية بصفة عامة، وكذلك بالنسبة لاكتشاف الأنماط العددية والأنماط المتعلقة بالشكل والأنماط الجدولية والأنماط الخطية، ورفض هذا الفرض فيما يتعلق بكل من الأنماط اللفظية والتربيعية، والقول بأن الوحدة التعليمية المقترحة كانت غير فعالة في تنمية قدرة الطلاب على اكتشاف الأنماط اللفظية والأنماط التربيعية.

٣) النتائج الخاصة بأداء الطلاب على اختبار التفكير الرياضي.

٢-١) نتائج الفرض الرابع:

للتحقق من صحة الفرض الرابع من فروض البحث والذي ينص على: يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار التفكير الرياضي (بصري، تخمين، استقراء، منطقي، ككل) بعديًا لصالح طلاب المجموعة التجريبية، لذا تم حساب دلالة الفرق بين متوسطي الدرجات البعدية لطلاب

الصف الثاني الإعدادي في المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار التفكير الرياضي بمحاوره المختلفة، وتم حساب قيمة مربع إيتا لمعرفة حجم التأثير للوحدة التعليمية المقترحة في تنمية قدرة الطلبة على التفكير الرياضي، ويوضح جدول (١٣) نتائج ذلك.

جدول (١٣) نتائج استخدام اختبار "ت" لدلالة الفرق بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار التفكير الرياضي بعديًا

الاختبار		المجموعة	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة ت	مستوى الدلالة	مربع إيتا
اختبار التفكير الرياضي	البصري	تجريبية	٣٥	١٤,١٤	١,٢٤	٢١,٢٥	دالة عند مستوى ٠,٠١	٠,٨٦٦
		ضابطة	٣٧	٧,٠٥	١,٥٦			
	التخمين	تجريبية	٣٥	١٦,٧٧	١,٣٧	٢٥,١٨	دالة عند مستوى ٠,٠١	٠,٩٠١
		ضابطة	٣٧	٩,٠٣	١,٢٤			
	الاستقراء	تجريبية	٣٥	١٧,٣٤	١,٤٥	٢٦,٧٦	دالة عند مستوى ٠,٠١	٠,٩١١
		ضابطة	٣٧	٩,٤١	١,٠٤			
	المنطقي	تجريبية	٣٥	١٤,٢٩	١,٢٧	٢٩,٤٦	دالة عند مستوى ٠,٠١	٠,٩٢٥
		ضابطة	٣٧	٦,٤١	٠,٩٩			
	ككل	تجريبية	٣٥	٦٢,٥٤	٢,٥٠	٥٠,١٥	دالة عند مستوى ٠,٠١	٠,٩٧٣
		ضابطة	٣٧	٣١,٨٩	٢,٦٨			

يتضح من جدول (١٣) أن قيم "ت" دالة إحصائيًا عند مستوى دلالة أقل من ٠,٠١، ويعبر ذلك عن وجود فرقًا دالاً إحصائيا عند مستوى أقل من ٠,٠١ بين متوسطي الدرجات البعدية لطلاب المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار التفكير الرياضي (البصري، التخمين، الاستقراء، المنطقي، التفكير الرياضي ككل)، وهذا الفرق كان لصالح طلاب المجموعة التجريبية، وهذا يعني أنه قد حدث نمو في القدرة على التفكير الرياضي لدى طلاب المجموعة التجريبية بصورة أفضل من طلاب المجموعة الضابطة، ولمعرفة حجم التأثير لدلالة الفرق بين المتوسطات في اختبار"ت"، تم حساب الدلالة العملية لاختبار"ت" عن طريق حساب حجم التأثير effect size بحساب قيمة مربع إيتا، وهي موضحة بجدول (١٣) ويتضح من هذا الجدول أن حجم تأثير المعالجة التجريبية كان كبير (قيمة مربع إيتا أكبر من ٠,١٤) على كل من قدرة الطلبة على التفكير الرياضي بوجه عام، وكذلك كان التأثير كبير على قدرة الطلبة على التفكير البصري، وعلى التخمين، وعلى الاستقراء، وعلى التفكير المنطقي، وبهذا يمكن قبول الفرض

الرابع من فروض البحث والقول بأنه يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى دلالة أقل من ٠,٠١ بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية وطلاب المجموعة الضابطة على اختبار التفكير الرياضي (البصري، التخمين، الاستقراء، المنطقي، التفكير الرياضي ككل) لصالح طلاب المجموعة التجريبية.

٢-٢) نتائج الفرض الخامس:

للتحقق من صحة الفرض الخامس من فروض البحث والذي ينص على: يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية قبليًا وبعديًا على اختبار التفكير الرياضي (بصري، تخمين، استقراء، منطقي، ككل) لصالح متوسط الدرجات البعدي، لذا تم حساب دلالة الفرق بين متوسطي الدرجات القبلية والبعدية لطلاب الصف الثاني الإعدادي في المجموعة التجريبية على اختبار التفكير الرياضي (البصري، التخمين، الاستقراء، المنطقي، التفكير الرياضي ككل)، وتم حساب حجم التأثير بحساب قيمة d، ويوضح جدول (١٤) نتائج ذلك.

جدول (١٤) نتائج استخدام اختبار "ت" وحجم التأثير لدلالة الفرق بين متوسطي الدرجات القبلية والبعدية لطلاب المجموعة التجريبية على اختبار التفكير الرياضي

الاختبار		المجموعة	العدد	متوسط الفرق	الانحراف المعياري	قيمة ت	مستوى الدلالة	قيمة d
اختبار التفكير الرياضي	البصري	تجريبية	٣٥	٦,٧١	١,٨١	٢١,٩٧	دالة عند ٠,٠١	٣,٧١
	التخمين	تجريبية	٣٥	٩,٣٧	٢,١٨	٢٥,٣٩	دالة عند ٠,٠١	٤,٢٩
	الاستقرائي	تجريبية	٣٥	٩,٨٠	١,٥٧	٣٦,٩٧	دالة عند ٠,٠١	٦,٢٥
	المنطقي	تجريبية	٣٥	٧,٠٠	١,٨٣	٢٢,٦٢	دالة عند ٠,٠١	٣,٨٢
	التفكير الرياضي ككل	تجريبية	٣٥	٣٢,٨٩	٤,١٤	٤٧,٠٤	دالة عند ٠,٠١	٧,٩٥

يتضح من جدول (١٤) أن هناك فرقًا دالاً إحصائيا بين متوسطي الدرجات القبلية والبعدية لطلاب المجموعة التجريبية على اختبار التفكير الرياضي (البصري، التخمين، الاستقراء، المنطقي، التفكير الرياضي ككل) من حيث قدرة الطلبة على التفكير البصري، والتخمين، والتفكير الاستقرائي، والتفكير المنطقي، والتفكير الرياضي ككل، حيث كانت قيمة "ت" دالة لكل منها عند مستوى ٠,٠١، وبذلك يمكن القول بأن الوحدة التعليمية المقترحة أثرت بشكل إيجابي على أداء الطلبة البعدي في كل نوع من أنواع التفكير الرياضي، وقد تم حساب الدلالة العملية لاختبار "ت " عن طريق حساب حجم التأثير effect size بحساب قيمة ((d وهي موضحة بجدول (١٤)،

ويتضح من هذا الجدول أن حجم تأثير المعالجة التجريبية كان كبير حيث كانت جميع القيم أكبر من ٠,٨ على كل نوع من أنواع التفكير الرياضي السابقة، وعلى أداء الطلبة في التفكير الرياضي ككل، وبهذا تم التأكد أيضًا من أن الوحدة التعليمية المقترحة أثرت بشكل كبير في أداء طلاب الصف الثاني الإعدادي بالمجموعة التجريبية، وبهذا يمكن قبول الفرض الخامس من فروض البحث والقول بأنه يوجد فرق دال إحصائيا بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية القبلية والبعدية في اختبار التفكير الرياضي (البصري، التخمين، الاستقراء، المنطقي، التفكير الرياضي ككل) لصالح متوسط الدرجات البعدية.

إن هذا التغير الذي حدث في أداء طلاب المجموعة التجريبية، والذي جعلها تتفوق على المجموعة الضابطة، وكذلك التحسن في الأداء البعدي لطلاب المجموعة التجريبية على اختبار التفكير الرياضي، فهل هذا يؤكد على فعالية الوحدة التعليمية المقترحة في تنمية التفكير الرياضي لدى طلاب الصف الثاني الإعدادي، وهذا ما سيتم الإجابة عنه من خلال التحقق من صحة الفرض السادس من فروض البحث فيما يأتي.

٢-٣) نتائج الفرض السادس:

للتحقق من صحة الفرض السادس من فروض البحث والذي ينص على: تتصف الوحدة التعليمية المقترحة بالفاعلية (نسبة الكسب المعدل لبلاك $\leq$ ١,٢) في تنمية قدرة طلاب الصف الثاني الإعدادي بالمجموعة التجريبية على التفكير الرياضي (بصري، تخمين، استقراء، منطقي، ككل)، ولذلك تم حساب نسبة الكسب المعدل لـ بلاك Blake Modified Gain Ratio، وذلك بحساب المتوسطات القبلية والبعدية لطلاب المجموعة التجريبية على اختبار التفكير الرياضي بمهاراته المختلفة وكذلك تحديد الدرجة النهائية لكل مهارة من المهارات، ويوضح جدول (١٥) نتائج ذلك.

جدول (١٥) نسبة الكسب المعدل لدرجات طلاب المجموعة التجريبية على اختبار التفكير الرياضي

الاختبار		المتوسط القبلي	المتوسط البعدي	الدرجة النهائية	نسبة الكسب المعدل	الدلالة
اختبار التفكير الرياضي	البصري	٧,٤٣	١٤,١٤	٢٠	٠,٨٧	غير دالة لأنها أقل من ١,٢
	التخمين	٧,٤٠	١٦,٧٧	٢٠	١,٢١	دالة لأنها أكبر من ١,٢
	الاستقرائي	٧,٥٤	١٧,٣٤	٢٠	١,٢٨	دالة لأنها أكبر من ١,٢
	المنطقي	٧,٢٩	١٤,٢٩	٢٠	٠,٩٠	غير دالة لأنها أقل من ١,٢
	ككل	٢٩,٦٦	٦٢,٥٤	٨٠	١,٠٦	غير دالة لأنها أقل من ١,٢

ويتضح من جدول (١٥) أن نسبة الكسب المعدل تجاوزت الحد الفاصل للدلالة وهو ١,٢ في بعض المهارات ولم تتجاوز الحد الفاصل للدلالة وهو ١,٢ في البعض الأخر من المهارات، وهذا يعني أن الوحدة التعليمية كانت فعالة في تنمية قدرة طلاب الصف الثاني الإعدادي على التخمين، وكذلك تنمية قدرتهم على التفكير الاستقرائي، ولكنها لم تصل إلى حد الفاعلية في كل من التفكير البصري والتفكير المنطقي والتفكير ككل، وبناء على ما سبق يمكننا قبول جزئي للفرض السادس من فروض البحث، والقول بأن الوحدة التعليمية المقترحة كانت فعالة فى تنمية قدرة طلاب الصف الثاني الإعدادي على التخمين والتفكير الاستقرائي، ورفض هذا الفرض فيما يتعلق بكل من التفكير الرياضي ككل، والتفكير البصري، والتفكير المنطقي، والقول بأن الوحدة التعليمية المقترحة كانت غير فعالة في تنمية قدرة الطلاب على التفكير الرياضي ككل، والتفكير البصري، والتفكير المنطقي.

٣) نتائج العلاقة الارتباطية بين التفكير الرياضي واكتشاف الأنماط الرياضية

نتائج الفرض السابع:

للتحقق من صحة الفرض السابع من فروض البحث والذي ينص على: توجد علاقة ارتباطية موجبة ودالة إحصائيًا عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين درجات طلاب المجموعة التجريبية على اختبار الأنماط الرياضية ودرجاتهم على اختبارالتفكير الرياضي بعديًا، تم حساب مصفوفة معاملات الارتباط بين درجات طلاب المجموعة التجريبية على اختبار الأنماط بمحاوره المختلفة، وبين درجات طلاب المجموعة التجريبية على اختبار التفكير الرياضي بمكوناته المختلفة بعديًا، وجدول (١٦) يوضح نتائج ذلك.

جدول (١٦) مصفوفة معاملات الارتباط بين درجات طلاب المجموعة التجريبية على اختبار الأنماط الرياضية ودرجاتهم على اختبار التفكير الرياضي بعديًا

الاختبار			الأنماط الرياضية						
			النمط العددي	النمط الشكلي	النمط الجدولي	النمط اللفظي	النمط الخطي	النمط التربيعي	الانماط ككل
التفكير الرياضي	البصري	معامل الارتباط	١٠٥٠.	٠,٣٧٦	١٣٠٠.	٠,١٧١	٢٩٤٠.	٠,٠٥٨	٠,١٨٧
		مستوى الدلالة	٤٧٧.	٠١٢.	٣٥٦.	٢٣٥.	٠٤١.	٦٧٩.	١٨٠.
	التخمين	معامل الارتباط	٣٦٩٠.	٢٥١٠.	٢٨١٠.	٠,٣٣٧	٠,٤٤٦	٤١٣٠.	٠,٥٠٨
		مستوى الدلالة	٠١٢.	٠٧٢.	٠٤٥.	٠١٩.	٠٠١.	٠٠٣.	٠٠٠.
	الاستقرائي	معامل الارتباط	٠,٣٥٥	٤١٦٠.	٣٤٣٠.	٠,١٩٨	٠,٣٧٩	٣٩٨٠.	٠,٤٧٠
		مستوى الدلالة	٠١٣.	٠٠٣.	٠١٥.	١٧٠.	٠٠٦.	٠٠٤.	٠٠٠.
	المنطقي	معامل الارتباط	٠,٢٦٠	١٨٧٠.	٠٢٦٠.	٠٩٣٠.	١٥٥٠.	٠,١٧١	٢٤٣٠.
		مستوى الدلالة	٠٧٨.	١٨٠.	٨٥٥.	٥٢٠.	٢٦٣.	٢٣٥.	٠٧١.
	التفكير ككل	معامل الارتباط	٤١٨٠.	٠,٥٦٦	٤٦٢٠.	٠,٤٣٢	٠,٦٣٧	٠,٦٠١	٦٥٥٠.
		مستوى الدلالة	٠٠٣.	٠٠٠.	٠٠١.	٠٠٢.	٠٠٠.	٠٠٠.	٠٠٠.

ويتضح من جدول (١٦) أن بعض قيم معاملات الارتباط التي يتضمنها الجدول دالة إحصائيًا عند مستوى دلالة أقل من ٠,٠١، وعند مستوى دلالة ٠,٠٥، والبعض الأخر غير دال إحصائيًا، ويمكن أن نلخص العلاقات الارتباطية على النحو الآتي:

وجود علاقة إرتباطية موجبة دالة عند مستوى أقل من أو يساوي ٠,٠٥ بين كل من:

- التفكير البصري وكل من النمط الشكلي، النمط الخطي.

- التخمين وكل من النمط العددي والنمط الجدولي والنمط اللفظي والنمط الخطي والنمط التربيعي والأنماط ككل.
- التفكير الاستقرائي وكل من النمط العددي والنمط الشكلي والنمط الجدولي والنمط الخطي والنمط التربيعي والأنماط ككل.
- التفكير الرياضي ككل وكل من النمط العددي والنمط الشكلي والنمط الجدولي والنمط اللفظي والنمط الخطي والنمط التربيعي والأنماط ككل.

عدم وجود علاقة إرتباطية موجبة بين كل من:

- التفكير البصري وكل من النمط العددي والنمط الجدولي والنمط اللفظي والنمط التربيعي، الأنماط ككل.
- التخمين والنمط الشكلي.
- التفكير الاستقرائي والنمط اللفظي.
- التفكير المنطقي والنمط العددي، النمط الشكلي، النمط الجدولي، النمط اللفظي، النمط الخطي، النمط التربيعي، والأنماط ككل. .

وبهذا يمكن قبول الفرض السابع من فروض البحث جزئيًا فيما يتعلق بالعلاقات الارتباطية الموجبة والدالة إحصائيًا عند مستوى دلالة أقل من أو يساوي ٠,٠٥، ورفض هذا الفرض بالنسبة للعلاقات الارتباطية الموجبة ولكنها غير دالة إحصائيًا.

ثانيًا: مناقشة النتائج وتفسيرها:

انصب الاهتمام في هذا البحث على بناء وحدة تعليمية مقترحة قائمة على التمثيلات المتعددة، وتحديد مدى فاعليتها في تنمية قدرة طلاب الصف الثاني الإعدادي على التفكير الرياضي وعلى اكتشاف الأنماط الرياضية، كما اهتم البحث أيضا بدراسة العلاقة الإرتباطية بين قدرة الطلاب على التفكير الرياضي وقدرتهم على اكتشاف الأنماط الرياضية، وتوصل البحث إلى مجموعة من النتائج سوف نناقشها فيما يأتي:

١) مناقشة النتائج المتعلقة بالأنماط الرياضية:

- كان هناك فرق دال إحصائيًا بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في اكتشاف الأنماط الرياضية بعديًا لصالح المجموعة التجريبية، وكذلك كان هناك فرق دال لصالح الأداء البعدي للمجموعة التجريبية في مقابل الأداء القبلي على اختبار الأنماط

الرياضية، كما كانت الوحدة التعليمية المقترحة لها فاعلية في تنمية قدرة الطلبة على اكتشاف بعض الأنماط الرياضية وهي النمط العددي، والنمط المتعلق بالشكل، والنمط الجدولي، والنمط الخطي الذي يتطلب من الطلبة اكتشاف علاقة من الدرجة الأولى بين ترتيب الحد وقيمته، والأنماط الرياضية بوجه عام، حيث تجاوزت نسبة الكسب المعدل ١,٢، وربما يرجع ذلك إلى أن تدريب الطلاب من خلال الوحدة التعليمية المقترحة على اكتشاف الأنماط الرياضية بتمثيلاتها المتعددة (العددي، الشكل، الجدولي، اللفظي)، وتدريبهم على التحويل من نمط لأخر، وتدريبهم على كيفية إيجاد العلاقة بين ترتيب الحد وقيمته بدلا من التركيز على العلاقة بين الحد والحد السابق له، قد ذلل بعض الصعوبة المتعلقة باكتشاف النمط إلى حد كبير، وجعل العلاقة بين ترتيب الحد وقيمته أسهل بكثير للطلاب، وكذلك تدريب الطلبة على التحويل من تمثيل لأخر لنفس النمط جعل معظم الطلاب يلجأون إلى تحويل النمط إلى الشكل الجدولي؛ لأنه يسهل لهم اكتشاف العلاقة التي تربط قيمة الحد بترتيبه، وبالتالي حصل الطلاب على درجات عالية في هذه الأنماط الثلاثة الممثلة عدديًا أو شكليًا أو جدوليًا.

- ويتفق هذا مع ما توصلت إليه بعض الدراسات السابقة مثل: دراسة (Warren ,E. 2005)، والتي أشارت نتائجها إلى تحسن قدرة الأطفال على إنشاء وإستكمال أنماط النمو المتزايدة، نتيجة تدريبهم على عرض ووصف الأنماط المتزايدة، وإنشاء أنماط بالنماذج، وعلى اكتشاف العلاقة الدالية التي تربط بين ترتيب الحد وقيمته في النمط وليس على الاختلاف بين حدود النمط،، ودراسة (الرفاعي، ٢٠٠٩)، ودراسة (سليمان، ٢٠٠٢) والتي أكدت النتائج فيهما على أن تدريب الطلاب على اكتشاف الأنماط الرياضية، قد ساهم بشكل كبير في تحسن قدرتهم على اكتشاف الأنماط وحل المشكلات.
- كذلك كانت الوحدة التعليمية فعالة في تنمية قدرة الطلبة على اكتشاف النمط الخطي وغير فعالة في تنمية قدرتهم على اكتشاف النمط التربيعي، وربما يرجع ذلك إلى كون العلاقة بين الحدود في النمط الخطي ترجع إلى إضافة عدد ثابت في كل مرة (+/−)، بينما في النمط التربيعي الزيادة كانت متغيرة، وكذلك فإن النمط الخطي يعتمد فقط على العمليات الحسابية الأربعة، بينما في النمط التربيعي يحتاج الطالب إلى عمليات حسابية أكثر من ذلك، وربما أدى ذلك إلى وجود صعوبة لدى بعض الطلاب، مما أثر على الأداء في حل الأنماط التربيعية، كما أن الأنماط الخطية مألوفة نسبيًا بالنسبة للطلاب بدرجة أكبر من الأنماط التربيعية.

- أن الرياضيات مادة دراسية ذات طبيعية مجردة، ولذلك فإن التمثيلات الرياضية المتعددة ربما تعمل على التقليل من هذه الطبيعة المجردة للرياضيات، وتقرب المفاهيم والعلاقات للطلاب، وتساعدهم على إدراك العلاقات واكتشافها، كما أنها تسهل عليهم إستيعاب المفاهيم والوصول إلى الأفكار بسهولة من خلال تمثيل هذه المفاهيم أو تلك الأفكار، ولقد تضمنت التمثيلات الرياضية للأنماط الرياضية في هذا البحث كل من التمثيل العددي، والتمثيل الشكلي، والتمثيل الجدولي، والتمثيل اللفظي، ومن خلال متابعة أداء الطلاب في اختبار الأنماط الرياضية البعدي، وأثناء دراستهم للوحدة التعليمية المقترحة، كان لديهم ميل واضح لتحويل كل الأنماط من التمثيلات المختلفة إلى التمثيل الجدولي، لأنه سهل عليهم الوصول إلى إدراك العلاقة بين قيمة الحد وترتيبه بطريقة أوضح وأبسط من التمثيلات الأخرى، وقد أدى ذلك إلى تدعيم إجابات الطلبة وزيادة إستيعابهم للأنماط الرياضية، والوصول إلى قاعدة النمط، كما أن استخدام التمثيلات أثناء دراسة الوحدة أثر بالضرورة في قدرة الطلاب على الاستيعاب والفهم مما أثر بشكل واضح على أداء الطلبة في اختبار الأنماط الرياضية، وتتفق النتائج التي توصلت إليها الدراسة الحالية مع بعض الدراسات السابقة في مجال التمثيلات الرياضية المتعددة، والتي أشارت إلى أن استخدام التمثيلات الرياضية يؤدي إلى زيادة الثقة بالنفس، ويكون له أثر إيجابي في تنمية قدرة الطلبة على التمثيل الرياضي، ويجعل الطلاب أكثر نشاطًا وطرحًا للأسئلة ومعالجة المشكلات، والإجابة بشكل تنافسي حماسي(Supandi, et al. ,2018)، وكذلك يؤدي إلى تحسن مهارات التفكير الجبري، ومهارات الخورازميات، وحل المسائل الجبرية (عبيدة، ٢٠١٦)، وإلى تحسن أداء الطلاب في حل المسائل الرياضية (جمعة، ٢٠١٥)، وإلى اكتساب المفاهيم وحل المسائل اللفظية (البلاصي، و برهم، ٢٠١٠)، وتنمية مهارات التواصل الرياضي (بهوت، وعبد القادر، ٢٠٠٥).
- ومن خلال متابعة أداء الطلاب عند إعطائهم مسائل الأنماط، فإنهم يندمجوا في العمل بكل سهولة من أجل الوصول إلى الحل؛ لأنهم يتعاملوا مع الموقف على أنه موقف تحدي بالنسبة لهم، كما أن مسائل الأنماط في الغالب في هذه المرحلة العمرية لا تتطلب معلومات كثيرة أو معلومات ذات عمق معرفي كبير في محتوى الرياضيات، بقدر ما تتطلب تفكير وبحث عن علاقات وإدراكها، من أجل الوصول إلى القاعدة التي تنظم هذا النمط، وبالتالي

فإن المشكلة لا تكمن في محتوى منهج الرياضيات، إنما تكمن في التفكير، وكيفية التعامل مع الأعداد وإدراك العلاقات، والقدرة على التخمين، واكتشاف العلاقة ثم التعميم، وخاصة عندما يتطلب الأمر العلاقة بين ترتيب الحد وقيمته وليس العلاقة بين الحدود، ولذلك ربما يكون ذلك سبب في زيادة دافعية الطلاب للإجابة عن أسئلة اختبار الأنماط، وهذا يتفق مع ما أشارت إليه دراسة (الرفاعي، ٢٠٠٩، ٢٨٥) من أن إنهماك الطلاب في الأنشطة التعليمية المقدمة إليهم حول الأنماط والمتغيرات وشعورهم بالاستمتاع في حل هذه الأنشطة، وهذا يتفق مع نتائج دراسة (Maglipong, & Bongolto, 2017)والتي أكد فيها الطلاب أن دراسة الأنماط كانت ممتعة، ومثيرة للاهتمام؛ لأنها سمحت للطلاب بتطوير تفكيرهم، وجعلت تعليم الرياضيات أسهل بالنسبة لهم.

- كما كانت إجابات الطلبة في التطبيق القبلي لاختبار الأنماط الرياضية حول وصف النمط تعتمد على اكتشاف العلاقة بين الحد والحد الذي يليه، أي العلاقة بين حدود النمط، فمثلا يقول الطالب أننا نضيف ٢ في كل مرة، وكان وصف العلاقة بين حدود النمط من الدرجة الثانية أصعب منها في النمط من الدرجة الأولى ؛ لأن الزيادة في النمط التربيعي زيادة متغيرة بينما في النمط الخطي زيادة ثابتة، حيث كان يصف الطالب الزيادة في النمط التربيعي ١، ٣، ٦، ١٠،. ..، بأنها تزاد واحد، بينما هو يقصد أنها تزاد واحد على قيمة الزيادة في كل مرة، وبالتالي لم يستطيع معظم الطلاب التعبير عن النمط ووصفه، وقد كان وصف الطلاب قاصرًا على وصف العلاقة بين حدود النمط، وليس العلاقة بين ترتيب الحد وقيمته، وبعد دراسة الوحدة المقترحة وتدريب الطلاب على اكتشاف قاعدة النمط من الجدول الذي يربط بين ترتيب الحد وقيمته، فأصبح ذلك واضحًا لدى الطلبة، ومن خلال إجابات الطلاب على اختبار الأنماط في التطبيق البعدي تبين أن الطلاب أصبح لديهم قدرة على التمييز بين: العلاقة بين حدود النمط، والعلاقة بين ترتيب الحد وقيمته، وظهر التحسن واضحًا بشكل كبير في أنماط الدرجة الأولى (الخطية) بصورة أكبر منها عن التربيعية.
- كما كان النمط اللفظي من أصعب الأنماط لدى الطلبة سواء من ناحية وصف العلاقة أو اكتشاف القاعدة، حيث يتطلب الأمر ترجمة الكلمات والالفاظ الواردة في سؤال النمط وتحويله إلى صورة جدول أو صورة عددية، مما زاد الأمر صعوبة على الطلبة، وربما يحتاج الأمر لفترة تدريب أكثر، وربما يحتاج الأمر أيضا إلى تحسين مستوى الطلبة في

اللغة العربية من حيث فهم المقروء والمكتوب. وقد أشار (الابياري، ١٩٩٨) في دراسته إلى أن تباين صعوبة مشكلات الأنماط بالنسبة للطلاب حيث جاءت بالترتيب الأتي من حيث السهولة: إضافة مقدار ثابت، الضرب في مقدار ثابت، إضافة مقدارمتغير، الضرب في مقدار متغير، وهذا يؤكد على صعوبة الأنماط التربيعية بالنسبة لطلاب الصف الثاني الإعدادي مقارنة بالأنماط الخطية.

- لم تصل الوحدة التعليمية المقترحة إلى حد الفاعلية في تنمية قدرة الطلبة على النمط اللفظي، حيث لم تتجاوز نسبة الكسب المعدل ١,٢، وذلك على الرغم من تحسن الأداء في القياس البعدي عن القياس القبلي، وربما يرجع ذلك إلى أن الطلاب في النمط اللفظي وجدوا صعوبة في الترجمة والفهم الصحيح للألفاظ والكلمات الواردة بسؤال النمط، ومعظم الطلبة تعامل معها على أنها مسألة لفظية عادية، ولم يستطع بعض الطلاب ترجمة هذا النمط اللفظي إلى نمط جدولي، وبذلك لم يُمكنهم التدريب على الأنماط من الوصول إلى حد الفاعلية في اكتشاف الأنماط اللفظية، مما يؤكد على احتياج الطلاب إلى مزيد من التدريب، وخاصة على ترجمة المصطلحات والألفاظ التي يتضمنها سؤال النمط اللفظي، هذا بالإضافة إلى عدم رغبة الطلاب في حل المسائل اللفظية.
- كما كانت الوحدة التعليمية غيرفعالة في تنمية قدرة الطلبة على اكتشاف النمط التربيعي، الذي يتطلب اكتشاف الطلاب لعلاقة من الدرجة الثانية بين ترتيب الحد وقيمته، وربما يرجع ذلك إلى أن اكتشاف العلاقة بين الحدود في النمط التربيعي تحتاج بالإضافة إلى العمليات الحسابية الأربعة إلى معرفة الطالب بمربعات الأعداد وإجراء عمليات عليها (+، −، ×، ÷)، حيث أن حدود النمط تتغير ليس بزيادة أو نقصان ثابت كما في النمط الخطي، ولكن الزيادة أو النقصان متغيرة أيضًا، وكان أداء الطلبة في اكتشاف النمط اللفظي التربيعي ضعيف مما أثر بشكل كبير على أداء الطلبة في النمط التربيعي، حيث اجتمعت صعوبتان في النمط اللفظي التربيعي هما صعوبة اللغة، وصعوبة الإضافة المتغيرة، مما أثر بشكل سلبي على أداء الطلبة في النمط التربيعي، وأدى ذلك إلى عدم فاعلية الوحدة التعليمية المقترحة في تنمية قدرة الطلبة على اكتشاف الأنماط التربيعية، وهذا يتفق مع نتائج دراسة, Karadengz) (Yildiz ,2016 & حيث أظهرت النتائج عدم تمكن الطلاب من فهم الأنماط التي تم تقديمها في صورة لفظية، ولكنهم حققوا نجاح في أنماط الجداول، وقد أوصت الدراسة بإعطاء مجال أكبر للأنماط بصورها المختلفة حتى يكتسب الطلبة الخبرات في هذا المجال.

٣) مناقشة النتائج المتعلقة بالتفكير الرياضي:

- إن تدريب الطلبة على الأنماط الرياضية بتمثيلاتها المختلفة بصفة عامة وعلى التمثيل العددي والتمثيل الجدولي بصفة خاصة، ربما يكون قد ساهم في نمو قدرة الطلبة على إدراك العلاقة بين الأعداد التي يتضمنها النمط سواء كانت هذه العلاقة بين الحدود المتتالية، أو العلاقة بين قيمة العدد وترتيبه، والتمييز بينهما، وربما يكون ساهم ذلك في تنمية قدرة الطلبة على الاستقراء من خلال أمثلة محددة معطاة لهم بتمثيلات متعددة، وكان المطلوب من الطلبة الوصول إلى قاعدة عامة للنمط، وقد وفر ذلك فرصة للطلبة للتدريب على الاستقراء من خلال إدراك العلاقة بين الأعداد المعطاة في النمط وصولًا إلى القاعدة التي تنظم هذا النمط، وتطبيقها للحصول على حدود أخرى في النمط، أي ساهم هذا التدريب في وصول الطلبة إلى قاعدة من خلال أمثلة، ثم تطبيقها مرة أخرى للتأكد من صحتها، ثم تطبيقها مرة ثانية للحصول على حدود أخرى، وربما يكون ذلك أدى إلى نمو التفكير الاستقرائي لدى الطلبة، وهذا ما أكدته نتائج البحث الحالي من فاعلية الوحدة التعليمية المقترحة في تنمية التفكير الاستقرائي، حيث تجاوزت نسبة الكسب المعدل الحد الفاصل وهو ١,٢ للتفكير الاستقرائي، وكذلك بالنسبة لقدرة الطلبة على التخمين فربما أدى تدريب الطلبة على تخمين قاعدة النمط إلى نمو قدرتهم على التخمين والتحقق بشكل عام سواء في مسائل الأنماط أو غيرها، وقد ظهر ذلك واضحًا في إجابات الطلاب على الجزء الخاص بالتخمين في اختبار التفكير الرياضي.كما أن توفير فرص للطلاب أثناء تدريس وحدة الأنماط الرياضية للمناقشة وإبداء الرأي وطرح الأفكار وإعطاء المبررات، ربما يكون قد ساهم بشكل أو بأخر في زيادة ثقة الطلاب في أنفسهم وكان له مردود إيجابي على أدائهم في اختبار التفكير الرياضي.
- إن حل مسائل الأنماط الرياضية التي قدمت للطلبة في الوحدة التعليمية المقترحة، كان يمر بعدة مراحل، تبدأ من قرأءة الطالب للنمط، وتأمل الحالات ودراستها (أعداد أو اشكال أو جدول أو ألفاظ) للبحث عن عامل مشترك بين هذه الحالات أو قاعدة مشتركة، ثم يحاول كل طالب بالتعاون مع زملاءه وصف النمط بكلمات من عنده، ثم يكمل النمط بمحاولة إيجاد الحدود الناقصة، ثم يتحقق من إجابته، ثم بعد ذلك يتوسع في النمط بمحاولة إيجاد الحد العاشر مثلًا، ثم بعد ذلك يعيد دراسة الحالات كلها لاكتشاف قاعدة النمط وكتابتها في

صورة رمزية، ثم التحقق من القاعدة التي اكتشفها، وتطبيقها على الحدود المعلومة لديه، وأثناء مرور الطالب بهذه المراحل المختلفة لاكتشاف النمط، فإنه يمارس تفكير، ومن أهم مكونات التفكير التي مارسها الطالب بشكل مباشر، التفكير الاستقرائي والتخمين والتحقق، وبالتالي كانت الوحدة االتعليمية فعالة بالنسبة لهم، وغير فعالة بالنسبة للتفكير البصري والتفكير المنطقي، لأن ممارسة الطلبة لهما كانت ضعيفة خلال الوحدة التعليمية المقترحة.

- وتتفق نتائج الدراسة الحالية مع دراسة (Samo, et al., 2017) التي أشارت إلى أن نموذج تعلم التفكير الرياضي القائم على طرح الأسئلة والنقاش، والتحقق الفردي والجماعي، كان له أثر فعال في رفع قدرات التفكير العليا لدى الطلبة في المرحلة الثانوية، وأوصت باستخدام هذا النموذج لدعم وتحسين مهارات التفكير العليا لدى الطلبة. ودراسة (Saragih, & Napitupulu, 2015) التي أشارت إلى أن استخدام نموذج التعلم المتمركز حول المتعلم قد أدى إلى تحسن قدرة الطلاب في حل المشكلات والفهم الرياضي والتواصل الرياضي بشكل ملحوظ، أي ان التعليم المتمركز حول المتعلم قادر على تحسين كفاءة الطلاب في الرياضيات والتواصل الرياضي والتفكير وحل المشكلات بشكل ملحوظ. كما أشارت دراسة (العيلة، ٢٠١٢) إلى وجود أثر فعال للبرنامج المقترح في تنمية جميع مهارات التفكير (استقراء، استدلال، نمذجة، تعبير بالرموز، تخمين، تفكير منطقي)، وأوصت الدراسة بضرورة الاهتمام بتنمية مهارات التفكير الرياضي وذلك عن طريق إضافة أنشطة في منهج الرياضيات لهذا الغرض.
- ولقد أشارت النتائج إلى عدم فاعلية الوحدة التعليمية المقترحة في تنمية التفكير البصري والتفكير المنطقي، والتفكير الرياضي بوجه عام، فالوحدة التعليمية المقترحة قد أدت إلى تحسن واضح ودال إحصائيًا في قدرة الطلاب على التفكير الرياضي بجميع مكوناته محل الدراسة، ولكنها لم تصل إلى حد الفاعلية، وربما يرجع ذلك إلى طبيعة كل من هذين النوعين من التفكير البصري والمنطقي، فالتفكير البصري يتطلب إدراك العلاقة بين مكونات الشكل وتتابعها، والتفكير المنطقي يتطلب قراءة واعية للمقدمات ثم بناء النتائج على الأدلة المتاحة، ولم يتوافر هذا من خلال الوحدة التعليمية المقترحة بشكل واضح، حيث أن تدريب الطلاب على التحويل من تمثيل لأخر، جعل الطلاب يستخدموا التمثيل الجدولي بصورة أكبر لأنه يبسط لهم إيجاد العلاقة بين ترتيب الحد وقيمته، وبالتالي تم التدريب بشكل أكثر على التخمين والتحقق والاستقراء بصورة أكبر من التدريب على التفكير البصري والمنطقي، وبذلك لم تكن الوحدة التعليمية المقترحة فعالة في تنمية كل منهما.

٣) مناقشة النتائج المتعلقة بالعلاقة الارتباطية بين التفكير الرياضي والأنماط الرياضية:

- وقد أشارت النتائج إلى وجود علاقة ارتباطية موجبة وقوية بين درجات الطلاب على اختبار التفكير الرياضي ودرجاتهم على اختبار الأنماط الرياضية بتمثيلاتها المختلفة، وما يؤكد ذلك هو ما صدر عن وثيقة معايير ومباديء الرياضيات المدرسية الصادرة عن المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات(NCTM.2000) عندما تناولت عرض معايير مجال المحتوى، فقد تطرقت إلى الأنماط الرياضية في مجال الأعداد والعمليات عليها، وتطرقت للأنماط الرياضية في مجال الجبر والدوال، وتطرقت للأنماط الرياضية عندما تناولت التفكير الرياضي ضمن مجال العمليات، وهذا يعني أن موضوع الأنماط الرياضية موضوع محوري في الرياضيات لدرجة قول البعض بأن الأنماط هي القلب النابض للرياضيات، أو أن الرياضيات هي علم الأنماط، وبالفعل نجد أن التفكير متطلب أساسي لاكتشاف النمط، وإن اكتشاف الأنماط يساعد على نمو التفكير الرياضي، فكل منهما مرتبط ارتباطًا وثيقًا بالأخر، لذلك فربما يعد تدريب الطلاب على الأنماط الرياضية بتمثيلاتها المختلفة من خلال الوحدة التعليمية المقترحة قد ساهم بشكل أو بأخر في تنمية التفكير الرياضي لدى الطلبة.
- ويتفق ما توصلت إليه الدراسة الحالية مع ما أشار إليه (جروان، ٢٠٠٧، ١٨٣ – ١٨٤) من أن القدرة على اكتشاف الأنماط والعلاقات الرياضية تعتبر مهارة تفكيرية تتطلب قدرة على قراءة المعلومات العددية أو الرمزية أو المتعلقة بالشكل أو اللفظية التي يتضمنها النمط، وذلك من أجل اكتشاف العلاقات التي تربط بين هذه المعلومات، وبالاستناد إلى معرفة رياضية ولغوية أساسية، وهي مهارة يمكن أن تتطور بالتدريب والممارسة والتوجيه، كما أن إتقانها في غاية الأهمية بالنسبة إلى الأداء على اختبارات التفكير الرياضي أو الاستعداد الرياضي مثل اختبارات SAT. كما أشار (المنصور، ٢٠١١) إلى وجود علاقة إرتباطية موجبة بين التحصيل في الرياضيات والأداء على مقياس مهارات التفكير، وأشار إلى ضرورة تطوير مناهج الرياضيات، وإعتماد طرائق لتعليم مهارات التفكير، وأشارت دراسة (أحمد، ٢٠١٧) إلى وجود علاقة ارتباطية موجبة بين أنماط التفكير وبعضها البعض، كما توجد علاقة إرتباطية موجبة بين أنماط التفكير والتحصيل الدراسي.
- ولقد أتضح من نتائج البحث أيضًا وجود بعض العلاقات الارتباطية الموجبة والدالة إحصائًا عند مستوى دلالة أقل من أو يساوي ٠,٠٥ بين التفكير الرياضي بمكوناته الفرعية والأنماط الرياضية بتمثيلاتها المتعددة، وهذه العلاقات الرياضية منطقية لأنه من خلال الوحدة

التعليمية المقترحة قد تم تدريب الطلاب على إدراك العلاقات بين حدود النمط وبعضها البعض، وكذلك إدراك العلاقات بين ترتيب الحدود وقيمها، مما كان له أثر فعلي في تدريب الطلبة على الاستقراء والتخمين والتحقق، وهما من المكونات الفرعية للتفكير الرياضي، ولذلك وجدت علاقات ارتباطية قوية بين التخمين وكل من النمط العددي والنمط الجدولي والنمط اللفظي والنمط الخطي والنمط التربيعي والأنماط ككل، وبين التفكير الاستقرائي وكل من النمط العددي والنمط الشكلي والنمط الجدولي والنمط الخطي والنمط التربيعي والأنماط ككل. كما أن تدريب الطلاب على النمط المتعلق بالشكل قد ساهم في تنمية العلاقة الموجبة بين التفكير البصري والنمط الشكلي، والنمط الخطي باعتبار أن أسئلة النمط البصري تتضمن اكتشاف أنماط خطية، ولكن العلاقة الارتباطية لم تكن دالة بين التفكير البصري وبقية الأنماط الرياضية، لأن الطلاب فضلوا تحويل جميع الأنماط إلى النمط الجدولي وإشتقاق العلاقات من خلاله باعتباره هو الأسهل بالنسبة لهم.

- ولم توجد علاقة ارتباطية موجبة بين التفكير المنطقي والأنماط الرياضية الأخرى، وربما يرجع ذلك إلى أن التدريب أثناء دراسة الطلاب للوحدة التعليمية المقترحة للأنماط الرياضية والقائمة على التمثيلات المتعددة ركز في المقام الأول على إستقراء العلاقات، والتخمين والتحقق أكثر بكثير من المعالجة عن طريق التفكير المنطقي والتفكير البصري. وربما يرجع السبب في وجود علاقة ارتباطية موجبة ودالة إحصائيًا بين التفكير الرياضي ككل وكل من النمط العددي والنمط الشكلي والنمط الجدولي والنمط اللفظي والنمط الخطي والنمط التربيعي والأنماط ككل، إلى أن مكونات التفكير الرياضي ارتبطت ببعض الأنماط الرياضية، وذلك من خلال توفير فرص للتلاميذ للمشاركة والتعبير عن آرائهم وأفكارهم ومناقشاتهم حول اكتشاف قاعدة النمط، فهذا قد وفر فرصة للطلاب لممارسة الاستقراء والتخمين والتحقق بصورة كبيرة، ولم تتوفر الفرصة نفسها للتدريب على التفكير البصري والتفكير المنطقي، ولذلك حصلنا على النتيجة السابقة.

ثالثًا: توصيات البحث:

في ضوء ما تقدم من نتائج البحث ومناقشتها، وما تم عرضه من أدبيات تتعلق بموضوع البحث، يمكن التوصية بما يأتي:

- تضمين مقرر خاص بالأنماط الرياضية ومهارات التفكير الرياضي لطلاب شعبة الرياضيات بكليات التربية، وذلك من أجل تدريبهم قبل الخدمة عليها، للاستفادة منها وتوظيفها في تعليم الرياضيات في التعليم قبل الجامعي.

- تدريب المعلمين أثناء الخدمة على الأنماط الرياضية والتفكير الرياضي، وذلك من أجل رفع كفاءة المعلمين في استخدامها وتحسين التفكير الرياضي لدى الطلاب.
- إعادة تنظيم محتوى منهج الرياضيات للصفوف من رياض الأطفال وحتى الصف التاسع بحيث يتضمن المنهج موضوع الأنماط الرياضية ومهارات التفكير عبر هذه الصفوف بصورة منتظمة ومدروسة وليست عشوائية بهدف تنمية قدرة الطلبة على اكتشاف الأنماط والتفكير الرياضي وهي أحد أهم أهداف تدريس الرياضيات في جميع مراحل التعليم قبل الجامعي.
- عمل دليل استرشادي للمعلمين حول الأنماط الرياضية ومهارات التفكير، للعمل على جذب انتباه المعلمين لاستخدامها بفعالية داخل الصف.
- عمل مسابقات في الرياضيات بين المدارس حول الأنماط الرياضية ومهارات التفكير من أجل النهوض بمستوى الطلبة في التفكير الرياضي من أجل تحقيق مستوى متقدم في التقييمات الدولية مثل: TIMSS حيث أن ٢٠% من الاختبار يقيس مهارات التفكير في المرحلة الابتدائية، ٢٥% من الاختبار يقيس مهارات التفكير في المرحلة الإعدادية.

رابعًا: البحـــوث المقترحـــة:

في ضوء نتائج البحث تم إقتراح بعض الدراسات المستقبلية نعرضها فيما يأتى:

- وضع تصور مقترح للأنماط الرياضية ومهارات التفكير عبر الصفوف الدراسية في ضوء دراسة تشخيصية لواقع محتوى منهج الرياضيات في مرحلة التعليم الأساسي.
- فاعلية وحدة تعليمية في الأنماط الرياضية بتمثيلاتها المختلفة في تنمية مهارات التواصل الرياضي لدى طلاب المرحلة الإعدادية.
- فاعلية وحدة تعليمية في الأنماط الرياضية بتمثيلاتها المختلفة في تنمية القدرة على حل المشكلات لدى طلاب المرحلة الإعدادية.
- أثر وحدة تعليمية في الأنماط الرياضية بتمثيلاتها المختلفة على التحصيل في الجبر والدوال لدى طلاب المرحلة الإعدادية أو الثانوية.
- أثر وحدة تعليمية في الأنماط الرياضية بتمثيلاتها المختلفة على مستوى أداء الطلاب في التقييم الدوليTIMSS في الصفين الرابع الابتدائي والثاني الإعدادي.
- دراسة تحليلية نقدية لمحتوى اختبارات TIMSS ومدى تضمنها للأنماط الرياضية ومهارات التفكير منذ ١٩٩٥ وحتى الآن وعلاقتها بأداء الطلبة في هذه الاختبارات.

المـراجـــــع

أولاً: المراجع العربية:

١- أبو الرب، محمد علي (٢٠١٦). *التمثيلات المتعددة في تدريس الكسور العادية وأثرها على تحصيل واتجاهات طلبة الصف الخامس الساسي في مدارس الوكالة في نابلس*. (رسالة ماجستير، كلية الدراسات العليا، جامعة النجاح الوطنية بنابلس). تم الاسترجاع من https://scholar.najah.edu/sites/default/files/Mohammed%20Abu%20Rub.pdf

٢- أبو زينة، فريد كامل (٢٠١٠). *تطوير مناهج الرياضيات المدرسية وتعليمها*. عمان: دار وائل للنشر.

٣- أبو سل، محمد عبد الكريم (١٩٩٩). *مناهج الرياضيات واساليب تدريسها*. عمان: دار الفرقان.

٤- أحمد، بيداء محمد (٢٠١٧).أنماط التفكير في الرياضيات وعلاقتها بالتحصيل الدراسي لدى طالبات الصف الثالث المتوسط. *مجلة كلية التربية الأساسية*، ٢٣، (٩٧)، ٣٣٥-٣٦٢.

٥- الإبياري، محمود أحمد (١٩٩٨). المقدرة على اكتشاف الأنماط العددية لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي (دراسة تحليلية ميدانية)، *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ١، ١١١-١٤٧.

٦- بدوي، رمضان مسعد (٢٠٠٧). *تدريس الرياضيات الفعال من رياض الأطفال وحتى السادس الابتدائي*. عمان: دار الفكر للنشر والتوزيع.

٧- بدوي، رمضان مسعد (٢٠٠٨). *تضمين التفكير الرياضي في برامج الرياضيات المدرسية*. عمان: دار الفكر للنشر والتوزيع.

٨- البلاصي، رياض؛ و برهم، أريج (٢٠١٠). أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في اكتساب طلبة الصف الثامن الأساسي للمفاهيم الرياضية وقدرتهم على حل المسائل اللفظية، *مجلة دراسات العلوم التربوية*، ٣٧ (١)، ١-١٣.

٩- بهوت، عبد الجواد؛ وعبد القادر، عبد القادر (٢٠٠٥، يوليو). *تأثير استخدام مدخل التمثيلات الرياضية على بعض مهارات التواصل الرياضي لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي*، ورقة مقدمة إلى المؤتمر العلمي الخامس" التغيرات العالمية والتربوية وتعليم الرياضيات"، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، نادي أعضاء هيئة التدريس ببنها، بنها، جمهورية مصر العربية، ٤٤٧-٤٧٨.

١٠- التخانية، بهجت حمد (٢٠١٧).أثر استخدام استراتيجية التعلم المستند إلى الدماغ في تنمية التفكير الرياضي وخفض القلق لدى طلبة المرحلة الأساسية في مدارس عمان. *مجلة الجامعة الإسلامية للدراسات التربوية والنفسية*، ٢٦ (١)، ٢٨٣-٣٠١.

١١- جروان، فتحي عبد الرحمن (٢٠٠٧). *تعليم التفكير مفاهيم وتطبيقات*(ط ٣). عمان: دار الفكر ناشرون وموزعون.

١٢- جمعة، عبير عدنان (٢٠١٥). *فاعلية برنامج تعليمي محوسب بالتمثيلات الرياضية في تنمية مهارة حل المسألة الرياضية لدى طالبات الصف الخامس الأساسي بغزة*. (رسالة ماجستير. كلية التربية، الجامعة الإسلامية بغزة). تم الاسترجاع من https://b7oth.com/wp-content/uploads/2015/08/فاعلية-برنامج-تعليمي-محوسب-بالتمثيلات-الرياضية-في-تنمية-مهارة-حل-المسالة-الرياضية-لدى-طالبات-الصف-الخامس-الاساسي-بغزة.pdf

١٣- خضر، نظلة حسن (١٩٨٤). أصول تدريس الرياضيات (ط ٣). القاهرة: عالم الكتب.

١٤- الرشيدي، محمد بن فالح (٢٠١٤). درجة امتلاك معلمي الرياضيات في المرحلة المتوسطة لمهارات التفكير الرياضي. (رسالة ماجستير، كلية التربية، جامعة أم القرى). تم الاسترجاع من https://b7oth.com/wp-content/uploads/2015/03/ماجستير-درجة-امتلاك-معلمي-الرياضيات-في-المرحلة-المتوسطة-لمهارات-التفكير-الرياضي.pdf

١٥- الرفاعي، أحمد رجائي (٢٠٠٩). تأثيرات دراسة الطلاب معلمي الرياضيات لأنشطة حول المتغيرات والأنماط في تنمية التفكير الجبري وتعديل معتقداتهم نحو طبيعة تدريس الجبر. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ١٢، ٢٤٣-٣٠٣.

١٦- سليمان، رمضان رفعت (٢٠٠٢، أغسطس). *فاعلية برنامج في الأنماط قائم على الاتجاهات العالمية المعاصرة للطلاب المعلمين بكليات التربية على قدراتهم في حل المشكلات الابتكارية*. ورقة مقدمة إلى المؤتمر العلمي الثاني " البحث في تربويات الرياضيات"، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، دار الضيافة جامعة عين شمس، القاهرة، جمهورية مصر العربية، ٤١٧-٤٦٥.

١٧- شانر، وليم (١٩٦١). *الطريق إلى التفكير المنطقي*. (محمود عطية، مترجم). القاهرة:، مكتبة النهضة المصرية.

١٨- شعراوي، إحسان مصطفى(١٩٨٥). *الرياضيات أهدافها واستراتيجيات تدريسها* . القاهرة: دار النهضة العربية.

١٩- شوق، محمود أحمد (١٩٨٩). *الاتجاهات الحديثة في تدريس الرياضيات* . الرياض: دار المريخ للنشر.

٢٠- الصباغ، سميلة أحمد (٢٠١٣). مظاهر التفكير الرياضي للصفوف الأول والثاني والثالث الأساسية في الأردن، *مجلة جامعة دمشق*، ٢٩ (٢)،٤٧٧-٥٠٩

٢١- الطريري، عبد الرحمن بن سليمان (١٩٩٧).*القياس النفسي والتربوي نظريته، أسسه، تطبيقاته*. الرياض، مكتبة الراشد للنشر والتوزيع.

٢٢- عبد الحكيم، شرين صلاح (٢٠٠٥). فعالية نموذج ويتلي للتعلم البنائي في تنمية التحصيل والتفكير الرياضي لدى طلاب الصف الأول الثانوي في مادة الرياضيات. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات،٨ ،١٢٧-١٧٨.

٢٣- عبيد، وليم ؛ المفتي، محمد ؛ و إيليا، سمير (١٩٨٩).تربويات الرياضيات. القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية.

٢٤- عبيدة، ناصر السيد عبد الحميد (٢٠١٦). أثر استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية وحل المسائل الجبرية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. *مجلة دراسات عربية في التربية وعلم النفس*، (٧٥)، ١١٧-١٧٠.

٢٥- عقيلان، إبراهيم محمد (٢٠٠٠). *مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها* . عمان: دار المسيرة للنشر والتوزيع.

٢٦- علام، صلاح الدين محمود (٢٠٠٦). *الاختبارات والمقاييس التربوية والنفسية*. عمان: دار الفكر للنشر والتوزيع.

٢٧- عمار، محمد عيد حامد و القباني، نجوان حامد. (٢٠١١). *التفكير البصري في ضوء تكنولوجيا التعليم*. الأسكندرية دار الجامعة الجديدة.

٢٨- العيلة، هبة عبد الحميد (٢٠١٢). *أثر برنامج مقترح قائم على أنماط التعلم لتنمية مهارات التفكير الرياضي لدى طالبات الصف الرابع الأساسي بمحافظات غزة*. (رسالة ماجستير. كلية التربية،جامعة الأزهر، فلسطين). تم الاسترجاع من
www.alazhar.edu.ps › Library › aattachedFile

٢٩- المنصور، غسان (٢٠١١). التحصيل في الرياضيات وعلاقته بمهارات التفكير دراسة ميدانية على عينة من تلامذة الصف السادس الأساسي في مدارس مدينة دمشق الرسمية. *مجلة جامعة دمشق*، ٢٧، (٣و٤)،١٩-٦٩.

٣٠- القرون، علي حسن أحمد (٢٠١٨). *فاعلية إستراتيجيات تدريس قائمة على الذكاءات المتعددة في التحصيل الأكاديمي وتنمية التفكير الرياضي في مادة الرياضيات لدى طلاب كليات المجتمع اليمنية*. (رسالة ماجستير. كلية الدراسات العليا، جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا). تم الاسترجاع من
http://repository.sustech.edu/bitstream/handle/123456789/20343
/PdF.pdf?sequence=1&isAllowed=yفاعلية%٢٠إستراتيجيات%٢٠تدريس%٢٠...

٣١- متولي، علاء الدين سعد (١٩٩٩). فعالية استخدام خرائط الشكل V في تنمية بعض مكونات التفكير الرياضي والاتجاه نحو مادة الرياضيات لدى طلاب المرحلة الثانوية. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات. ٢، ١-٦٨.

٣٢- محمد، حنفي إسماعيل (٢٠٠٦). فعالية استخدام قطع دينز والعرض بالكمبيوتر في تنمية التحصيل والتفكير الرياضي لدى التلاميذ بطيىء التعلم بالمرحلة الابتدائية. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات. ٩، ٢٨٥-٣٢٠.

٣٣- محمد، صلاح عبد الحفيظ ؛ و اسكندر، عايدة سيدهم (١٩٩٩). أثر استخدام النماذج الرياضية وأسلوب حل المشكلات في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات الترجمة الرياضية والتفكير الرياضي لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢، ٦٩-١١٦.

٣٤- مراد، محمود عبد اللطيف ؛ و الوكيل، السيد أحمد (٢٠٠٦). فعالية برنامج مقترح في الرياضيات قائم على الأنشطة التعليمية في تنمية مهارات التواصل والتفكير الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ١٣١،٩- ١٦٨.

٣٥- هلال، سامية حسنين (٢٠٠٢). *برنامج لتنمية مهارات التفكير الرياضي لدى طلاب كلية التربية شعبة الرياضيات*. (رسالة دكتوراة، كلية التربية، جامعة بنها،بنها). تم الاسترجاع من http://main.eulc.edu.eg/eulc_v5/Libraries/Thesis/BrowseThesisPages.aspx?fn=ThesisPicBody&BibID=9608501&TotalNoOfRecord=374&PageNo=1&PageDirection=First

ثانيًا: المراجع الأجنبية:

36- American Association for the Advancement of Science,(1990). *Science for all Americans*. New York: Oxford University Press.

37- Anwar, R., Yuwono, As'ari,A, Sisworo, & Rahmawati,D.(2016). Mathematical representation by students in building relational understanding on concepts of area and perimeter of rectangle. *Academic Journals, Educational Research and Reviews* 11(21), 2002-2008. DOI: 10.5897/ERR2016.2813.

38- Asli,s. & Koca, o.(2001). The effects of multiple linked representations on student learning in mathematics., *ERIC/CSMEE Publications*, Retrieved From https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED476640.pdf

39- Brendefur, J. ; Thiede, K. ; Strother, S. ; Bunning,K. & Peck,D.(2013). Developing Mathematical Thinking:Changing Teachers' Knowledge and Instruction. *Journal of Curriculum and Teaching*.. 2 (2),62-75. Retrieved from www.sciedu.ca/journal/index.php/jct/article/view/2880/2014

40- Brown,N. ,Wilson,K. ,& Fitzallen,N.(2007,Nov). ***Using an Inquiry Approach to Develop Mathematical Thinking***. Paper Presented at the AARE Annual Conference, Fremantl, Australia, 25-29. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/228553227_Using_an_Inquiry_Approach_to_Develop_Mathematical_Thinking

41- Çikla ,O.(2004).*The Effects Of Multiple Representations -Based Instruction On Seventh Grede Students' Algebra Performance, Attitude Toward Mathematics, and Representation Performance*.(Doctoral dissertation, Middle East Technical University). Retrieved From http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.633.7882&rep=rep1&type=pdf

42- Devlin, K. (2012*). Introduction to Mathematical Thinking*. USA: Keith Devlin.

43- Du Plessis, J. (2018). Early algebra: Repeating pattern and structural thinking at foundation phase. *South African Journal of Childhood Education* 8(2),1-11, a578. Retrieved From https:// doi.org/10.4102/sajce.v8i2.578.

44- Fennell, F. & Rowan, T.(2001).Representation: An Important Process for Teaching and Learning Mathematics. Teaching Children Mathematics. 7 (5), 288-292.

45- Glasgow City Council Education Services. (2005).*I Can Solve Problem Solving 5-14 Mathematics – Problem Solving & Enquiry*. Uk: Glasgow City council.. Retrieved From www. Glasgow.gov.uk

46- Henderson,H. (2007). *Mathematics: Powerful pattern in Nature and Society*. USA: Harry Henderson.

47- Incikabi ,S. (2017**).Multiple Representations and Teaching Mathematics: An Analysis of the Mathematics Textbooks**. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 6 (1), 66– 81. Retrieved From http://static.dergipark.org.tr/article-download/655a/98dc/1434/imp-JA65MZ85RV-1.pdf

48- Karadengz, M. & Yildiz, C.(2016, May). *The Examination of 7th grade Students' Achievements in Mathematical Patterns*. Paper Presented at the International Conference on Education in Mathematics, Science & Technology, The Eurasia Proceedings of Educational & Social Sciences, 4, 519-529. Turkey. Retrieved From https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED589119.pdf

49- Lee, L. & Freiman ,V. (2006). Developing Algebraic Thinking through Pattern Exploration. Mathematics *Teaching in Middle School*.11(9),428-433.

50- Ludwigsburg, R. (2005). Patterns – a fundamental idea of mathematical thinking and learning. ZDM. 37 (5),445-449. Retrieved From http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm055a17.pdf

51- Maglipong, C. & Bongolto, J. (2017). Mathematical Patterns: It's Impact on Students' Performance in College Algebra. *International Journal of Science and Research*, 6 (1), 2112-2119. Retrieved From DOI: 10.21275/20011701.

52- Ministry of Education. (2008). *Patterning and Algebra, Grades 4 to 6.* Ontario: Queen's Printer for Ontario. Retrieved From http://eworkshop.on.ca/edu/resources/guides/Guide_Patterning_and_Algebra_456.pdf

53- Mullis, I. & Martin, M. (2013).*TIMSS 2015 Assessment Frameworks*. USA: *International Association for the Evaluation of Education Achievement* (IEA). Retrieved From https://www.iea.nl/studies/iea/timss/

54- Mullis, I., Martin, M.,Foy,p. & Hooper,M. (2016).*TIMSS 2015 International Results in Mathematics*. USA: *International Association for the Evaluation of Education Achievement* (IEA). Retrieved From https://www.iea.nl/studies/iea/timss/

55- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

56- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

57- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to Actions Ensuring Mathematical Success for All.* Reston, VA: NCTM. Retrieved From www.nctm.org › Handlers › AttachmentHandler

58- Nickerson, R. (2010). *Mathematical reasoning Patterns, problems, conjectures, and proofs.* New York: Psychology Press Taylor & Francis Group.

59- Posamentier, A. & Krulik, S.(2009). *Problem Solving in Mathematics Grades 3-6 Powerful Strategies to Deepen Understanding*. USA: Corwin A SAGE Company.

60- Samo,D., Darhim, & Kartasasmita, B.(2017). Developing Contextual Mathematical Thinking Learning Model to Enhance Higher-Order Thinking Ability for Middle School Students. *International Education Studies*;.10 (12),17-29. Retrieved From https://doi.org/10.5539/ies.v10n12p17

61- Saragih, S. & Napitupulu, E. (2015). Developing Student-Centered Learning Model to Improve High Order Mathematical Thinking Ability. *International Education Studies*, 8,(6) ,104 -112, Retrieved From http://dx.doi.org/10.5539/ies.v8n6p104

62- Supandi, S., Waluya, B., Rochmad, R., Suyitno, H., & Dewi, K. (2018). Think-Talk-Write Model for Improving Students' Abilities in Mathematical Representation. *International Journal of Instruction*, 11(3), 77-90. Retrieved From https://doi.org/10.12973/iji.2018.1136a

63- Warren ,E.(2005). *Young Children's Ability to Generalize The Pattern Rule for Growing Patterns*. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4, pp.305-312. Melbourne: PME. Retrieved From https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED496965.pdf