



## هندسة الفراكتال الحاجة لتطوير تعليم وتدریس الرياضيات

إعداد

أ. د / محمود إبراهيم بدر

كلية التربية – جامعة بنها

٢٠١٩

## هندسة الفراكتال الحاجة لتطوير تعليم وتدريب الرياضيات

إعداد

أ. د / محمود إبراهيم بدر

كلية التربية – جامعة بنها

يعد العصر الحالي عصر المعلومات والتقنية ، وقد شهدت بعض افرع الرياضيات تطور مذهل منذ اختراع الكمبيوتر حيث أمكن تنفيذ عمليات متكررة كثيرة في وقت قصير مثل الفراكتال ، وهناك علم ازدهر منذ وقت قصير وهو علم النانو تكنولوجي فما انعكاس كل من الفراكتال والنانوتكنولوجي على تعليم وتعلم الرياضيات وما العلاقة بين النانوتكنولوجي والفراكتال:

### تعريف النانو تكنولوجي:

فن استخدام ومراقبة المواد على مستوى مقاييس الأبعاد الذرية أو الجزيئية من أجل إنشاء الأجهزة المجهرية مثل الروبوت التي تستخدم في ذات المجال بنفس أبعاد دقائقه.

ويعرف أيضا بأنه علم تكنولوجيا هندسي يطبق عند أبعاد صغيرة جدا ، وعلم النانو والنانوتكنولوجي يعني بدراسة تطبيقات أشياء متناهية الصغر يمكن استخدامها في مجالات العلوم الأخرى مثل الكيمياء و البيولوجي والفيزياء ومواد العلم والهندسة وعلم سطوح الأشكال أشباه الموصلات

وتقنية النانو، أو نانوتك اختصارا، تتعامل مع المادة على مستوى يجد معظمنا صعوبة في تخيله، لأنها تتضمن التعامل مع كائنات ذات أبعاد ١٠٠ المليار من المتر أو (٨٠٠/١ من سمك شعره الإنسان) أو أقل.

- تذكر أن :

- ١ نانومتر =  $10^{-9}$  متر

- البوصة طولها = ١٥٤٠٠٠٠٠٠ نانومتر.

- شريط الأخبار عرضه ١٠٠٠٠٠٠ نانومتر.

ويجادل العلماء في مستقبل تطبيقات النانوتكنولوجي حيث يسعون إلى ابتكار وتكوين مواد وآلات جديدة لها تطبيقات عريضة مثل : تطبيقات علم النانو في الطب والاليكترونيات والمواد البيولوجية وانتاج الطاقة ، وفي ذات الوقت يثور جدل حول قضايا التلوث البيئي واثر تلك المواد النانوية وأثرها على الاقتصاد ومستقبل كفاية الغذاء للجنس البشري.

وغالباً ما تتغير الخصائص الكيميائية والفيزيائية للمواد إلى حد كبير عند تلك الأبعاد. وتستخدم تقنية النانو بالفعل في إطارات السيارات، وأجهزة الكشف عن الألغام الأرضية ومحركات أقراص الكمبيوتر. و الطب النانوي مجال: تخيل جسيمات في حجم خلية الدم التي يمكن إصدارها في مجرى الدم على شكل الروبوتات الصغيرة تستطيع مهاجمة الخلايا السرطانية، أو "آلات" في حجم الجزيئ يمكنها إصلاح الأضرار الداخلية بالخلايا التالفة.

وفي المقياس النانوي، يمكن تغيير خصائص المواد. على سبيل المثال، والصلابة، والتوصيل الكهربائي أو اللون أو التفاعل الكيميائي للجزيئات الصغيرة جدا لتحقيق وظائف محددة، وبالتالي، لا يمكن أن يتحقق ذلك إلا عن طريق تصغير حجم الجسيمات ١-١٠٠٠ نانومتر.





وتوجد تطبيقات معروفة لتكنولوجيا النانو ففي وقت سابق استخدم لون أحمر قاني تم استخدامه لطلاء نوافذ الزجاج الملون خلال العصور الوسطى (انظر الصورة). اللون هو نتيجة لذرات الذهب أو تجميع لتشكيل النانوية بدلا من شكله الصلب. و جزيئات الذهب الصغيرة تسمح للضوء الأحمر ذو الموجة طويلة بالمرور ولكنه يمنع مرور موجات أقصر من الضوء الأزرق والأصفر ، ويعتمد ذلك على العنصر المستخدم (الذهب) وعلى سمك الجسيمات. الفضة النانوية، على سبيل المثال، يمكن أن تعطي اللون الأصفر.

#### تغير لون الضوء المنتقل خلال الذهب النانوي

عندما يمر الضوء من خلال ورقة الذهب أقل من 100 نانومتر من ناحية السمك، نحصل على ضوء لونه اخضر مزرق ، والجديد هو استخدام نهج متعدد التخصصات والقدرة على "النظر" في تلك الكيانات. المجهر الذري، والذي تم تطويره في أواخر 1980 من القرن الماضي ، يسمح للعلماء لعرض الهياكل على نطاق النانو متري وللتعامل مع الذرات حتى واحدة عن طريق المسح المجهرى. والآن يستطيع

علماء الأحياء مناقشة آثار أغشية الخلايا مع الكيميائيين، في حين توفر الفيزياء الأدوات لمشاهدة التفاعل في الجسم الحي. النانوية تلعب دورا هاما في صناعة الأدوية (بتوصيل عناصر نشطة إلى الجزء المطلوب من الجسم) وفي إنتاج مستحلب الطلاء ومستحضرات التجميل وفي تعظيم الاستفادة من المواد المحفزة. فتنكولوجيا النانو، تجمع جميع العلوم الطبيعية وتخلق الروابط عبر بين التخصصات المختلفة.

### ١- ضغط الصور فركتاليا:

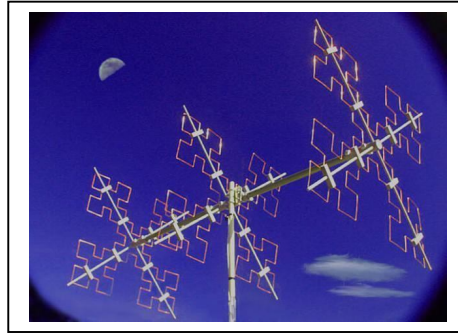
حفظ الصور بحجم صغير في الذاكرة يعني تقليص تكلفة الحفظ ووصول أسرع للبيانات وهذا مفيد في كل من عمليات إشارة التشغيل و الاتصال في الهندسة وهذا يفسر مواصلة الشركات والجامعات لطريقة جديدة لضغط الصور لأنها تأخذ حجم كبير جدا فالصور تحفظ في الكمبيوتر على شكل بيت (٠ أو ١) حيث تشير لوجود نقطة أم لا وحيث أن عين الإنسان يمكنها التعامل مع كمية كبيرة من البيانات تصل لـ ٨ مليون بت فإننا نحتاج لعدد كبير من البكسلات pixels لحفظ الصور بجودة متوسطة ، والبايتات تجيب على ٨ مليون تحدد الصورة وأكثر البيانات تحتوي كمية من الفواصل التي يمكن حذفها عند الحفظ وتستبدل عند الاستعادة ولكن تلك الفواصل لا تحقق نسبة ضغط عالية للصور ، والصورة يمكن أن تتغير بطرق عدة لا تشعر بها العين البشرية ولا تؤثر في الصورة ، والطرق القياسية لضغط الصور تأتي بطرق عدة ، والطريقة الأكثر شعبية تتضمن حذف الإشارات العالية التردد بفرز المكونات المنخفضة التردد وتسمى إجراء تحويل جيب تمام المنفصل وتلك الطريقة تستخدم مع الصور من نوع JPEG، وصور الفيديو MPEG بتردد H.261 (الفيديو عبر التليفون على خطوط ISDN) و H.263 (الفيديو التليفوني على خطوط PSTN).

وطريقة الضغط الفركتالية قدمها بارنسلي M.Barnsley الذي عمل في شركة تستخدم تكنولوجيا ضغط الصور فركتاليا ولكنه لم يوضح تفاصيل موثقة لعمله ، وأول توثيق ينسب الى جاكوب و بوز E.Jacobs and R.Boss في مركز أنظمة ناقل اوشن Naval Ocean Systems Center في ساديبجو حيث استخدم تجزيء و تصنيف لقطع المنحني لكي يضغط المنحنيات عشوائيا فركتاليا في بعدين وأول من نشر عن ضغط الصور فركتاليا هو طالب الدكتوراه بارنسيلي .

### ٢- استقبال الإشارات الهوائية Antenna

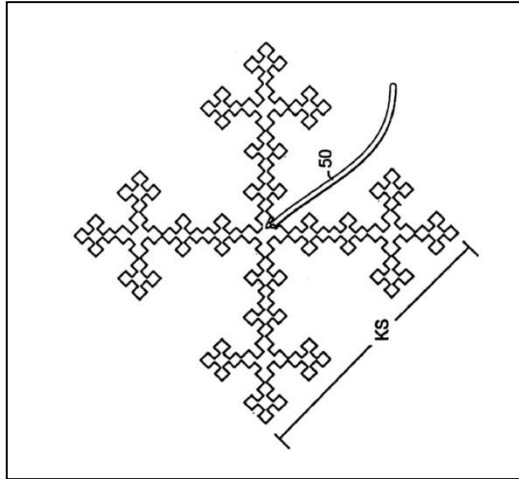
تتقيد الهندسة التقليدية بالموجات الطويلة ، وباستخدام خواص الفركتال من الممكن الحصول على أداء جيد من الأجهزة الهوائية صغيرة السطح ، واستخدام خواص التقليل أو الاختزال المتكرر تمكن الباحثون من تصميم أجهزة هوائية على كفاءة عالية في استقبال البث .

والهوائي الفراكتالي يبني مع نظرية تصميم الهوائي بالاستناد على النظرية التقليدية الكهرومغناطيسية وتستخدم نظرية الهوائي الفراكتالي نظرية الهندسة الفراكتالية التي هي توسيع للهندسة الإقليدية ، فالهوائي الفراكتالي يستخدم تصميم ذاتي فراكتالي يتمتع بالمشابه لزيادة الطول في الأجزاء كي تستقبل الإشعاع الاليكترومغناطيسي في السطح أو الحجم المحدد ويشار إليه أحيانا بالمنحنيات ذات المستويات المتعددة

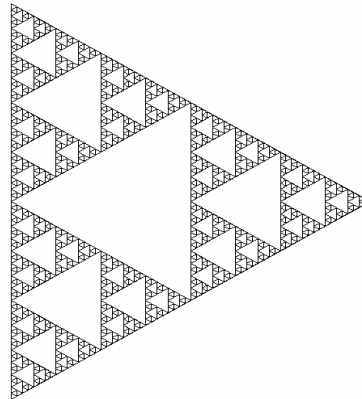
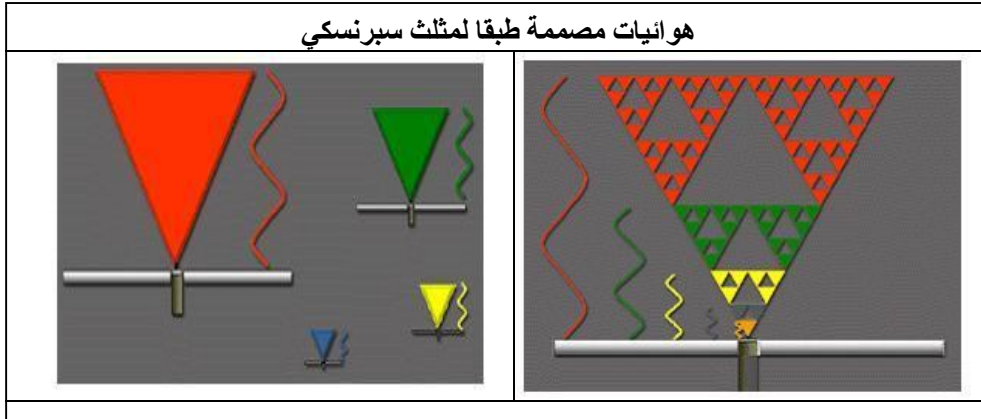


و لهذا السبب تعد الهوائيات الفراكتالية لها تطبيقات في في الهوائيات الخلوية والاتصالات باستخدام الموجات القصيرة جدا

وثمة مثال جيد للهوائي الفراكتالي كمنحني يملأ الفراغ ما يعرف بشكل *shrunk* *fractal helix* حيث يكون سلك النحاس صغير ومقارب للطول الموجي ويتميز الهوائي الفراكتالي بالأداء الممتاز لكل الترددات



هوانى فراكتالى : منحنى يملأ الفراغ يسمى shrunken helix



to Allgasket

; note - draws 7 stages one after the other

cs gasket 1024 1024

gasket1 1024 512

gasket1 1024 256

gasket1 1024 128

gasket1 1024 64

gasket1 1024 32

```
gasket1 1024 16
ht
end
```

```
to gasket :x :n
```

```
;note - clears screen, positions cursor, draws gasket size x, smallest triangle
size y
```

```
cs pu bk 30 lt 90 fd 200 rt 90 pd
```

```
gasket1 :x :n
```

```
end
```

```
to gasket1 :x :n
```

```
; note - draws gasket size x, smallest triangle size y, from current position
```

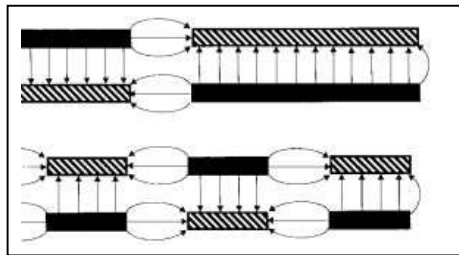
```
if :x < :n [stop]
```

```
repeat 3 [gasket1 :x/2 :n fd :x/2 rt 120]
```

```
end
```

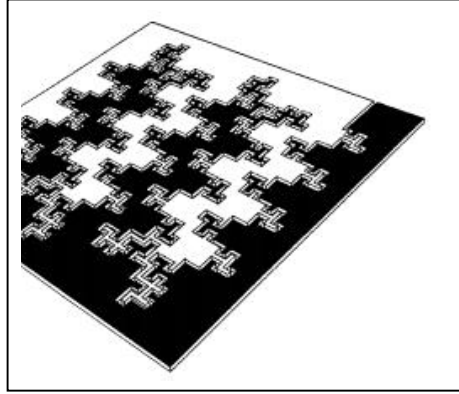
المكثفات الفراكتالية :

المكثفات واحدة من الدوائر المتكاملة IC وتستخدم بكثرة في تحويل البيانات **converters** وذبذبات الراديو RF وتستخدم الأشكال الهندسية الفراكتالية التي يمكن بنائها في شكل عمليات رقمية قياسية



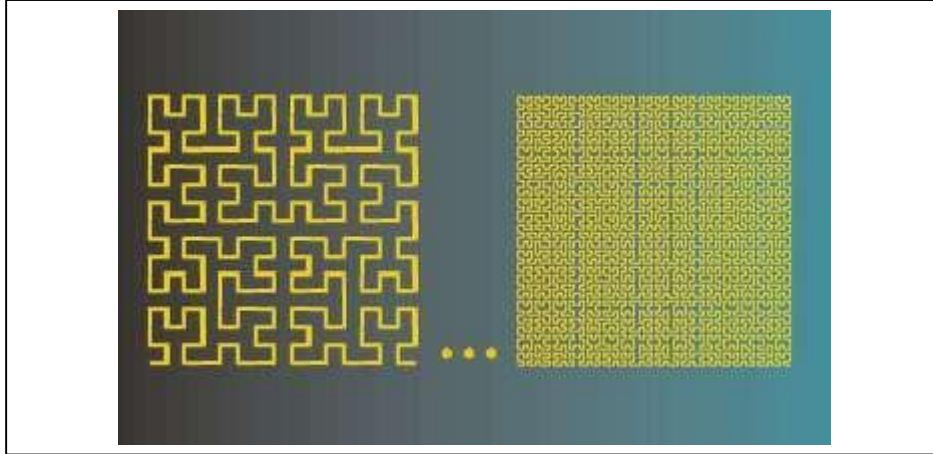


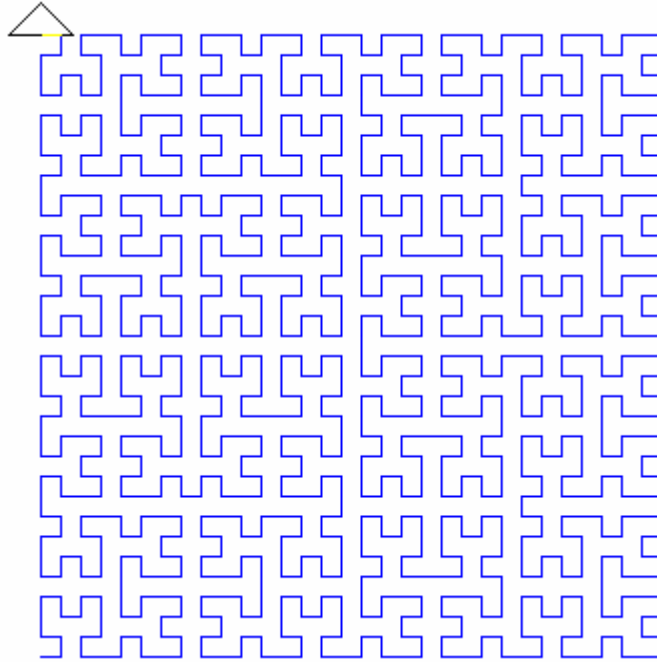
٦ طبقات متصلة في المكثف flux capacitor



مكثف فراكتالي ثلاثي الأبعاد يستخدم طبقة معدنية واحدة

الفراكتالات ذات الأبعاد الكبيرة تؤدي لمكثفات كبيرة السعة  
مرشحات الصدي والمقاومة الفراكتالية  
Fractal Filters, Resonators and Resistors

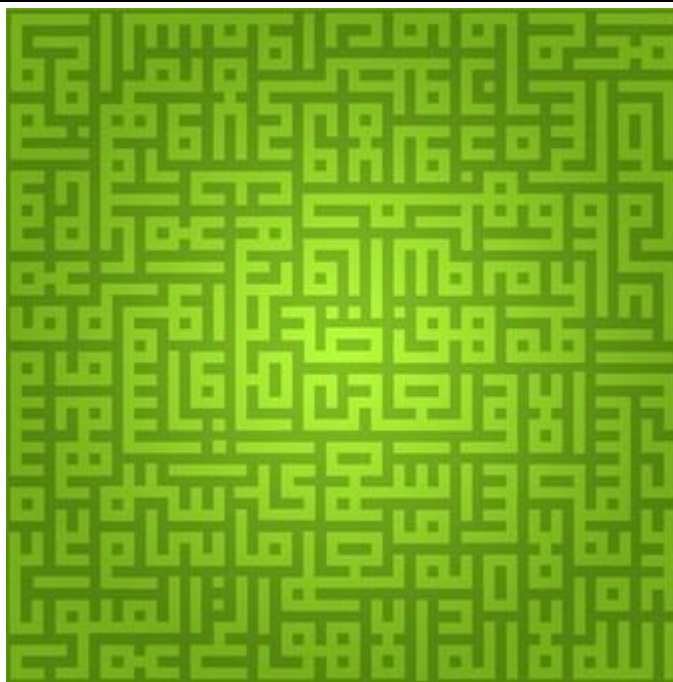




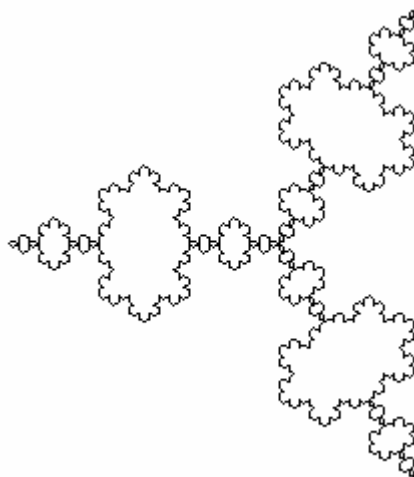
```

TO Hilb :n :a :h
IF :n = 0 [ STOP ]
RT :a Hilb :n - 1 (-:a) :h FD :h LT :a Hilb :n - 1 :a :h FD :h
Hilb :n - 1 :a :h LT :a FD :h Hilb :n - 1 (-:a) :h RT :a
END
TO Hilbert
PU SETPOS [-150 -150] PD SETPC [000 000 255]
Hilb 5 90 10
END

```



سورة الكرسي من القرآن الكريم



cs fractal 3 5 700 ht

```

to DrawFractalLinea :level :length :n
  ifelse :level < 1 [
    forward :length] [
    DrawFractalLine (sum -1 :level) (quotient :length :n) :n
    rt (360/:n)]
end
to fractal :n :level :length
repeat :n [ DrawFractalLinea :level :length :n rt (360 /:n)]
end

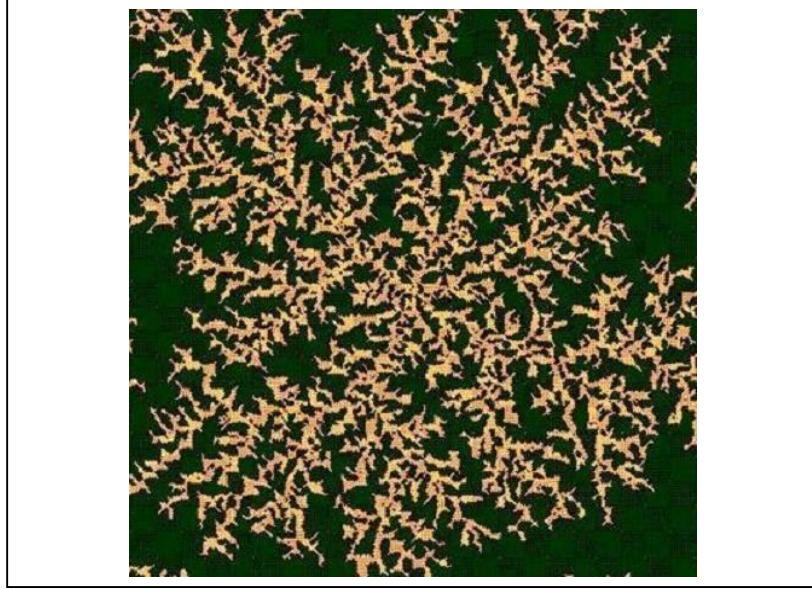
```

### تطبيقات هندسة الفراكتال في النانوتكنولوجيا:

'التجميع الذاتي': يحمل تطور واعد كأسلوب لبناء نانو-الدوائر التجارية. واستخدام هذا النهج، سمح لمهندس - النانو لبناء دوائر ذاتية البناء باستغلال عمليات النمو الطبيعي. التجميع الذاتي يوفر ميزتين ملفتين للنظر. ليس فقط أنها أكثر كفاءة في تجميع إعداد كبيرة من العناصر مقارنة بتقنيات التصنيع التقليدية، هذا الأسلوب يسمى بالأسلوب 'الأخضر' بإضافة مواد بدلاً من إزالة الهدر من المواد التي تكمن في صميم تقنيات الصنع 'من أعلى إلى أسفل'. بدلاً من انسيابية والخطوط المباشرة التي تكون أساس تصميم الدوائر الأليكترونية اليوم .

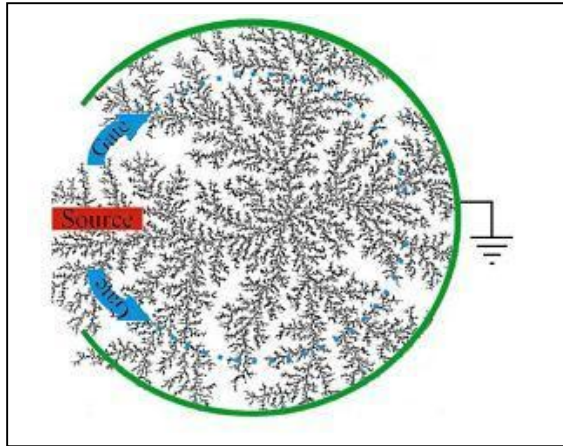
وعمليات التجميع الذاتي تنشئ نماذج من هندسة الفراكتال ، وهي أشكال تتكرر بشكل مشابه وهي أشكال تنتشر في الطبيعة وتظهر في البيئات الطبيعية والأنظمة البيولوجية والفسولوجية الإنسانية ، وتستخدم الطبيعة الفراكتالات مرارا لأنها تصف خواص الطبيعة ويأتي على رأس ذلك أن تكرار الأشكال تزيد السطح بشكل هائل وتظهر تلك الخاصية في الطبيعة في الأشجار حيث السطح الكبير للشجرة يمنع مرور الضوء- أو يمتص الضوء - ويظهر في ظل الشجرة ، ونفس الأسلوب يمكن استخدامه لتعظيم سطح خلية شمسية تنتج الكهرباء بالاستناد على نماذج الفراكتال ، وثمة نتيجة أخرى لكبر مساحة السطح هو أن فعالية خلط نموذجين فمثلا التركيب الشجري للنيرونات العصبية في المخ البشري تعكس الاتصال الفراكتالي لإنتاج عمليات معرفية معززة ، ونفس الاتصال يمكن أن يكون متساوي ويؤشر على إنتاج أجهزة كمبيوتر بدوائر اليكترونية تستند على نماذج فراكتالية اصطناعية - وتلك الفلسفة - وهي التعلم من الطبيعة - نجحت بشكل ثوري في النانو تكنولوجيا وعلى الرغم من أن بعض تطبيقات الدوائر الأليكترونية تستخدم هندسة الفراكتال مثل جهاز إرسال واستقبال الموبايل ، فإن مجالات عدة بدأت في استخدام ذلك والاستقصاء الحالي يدور حول عائلتين من الأدوات الأليكترونية فيها ملايين الجسيمات النانوية - كل منها ٥٠ نانومتر - هي ذاتية التجميع في دوائر فراكتالية في العائلة الأولى يتم مزج الجسيمات معا لتكوين ما يعرف بزهور النانو باستخدام عمليات نمو الانتعاش المحدود وفي العائلة الثانية تلحق جسيمات النانو بشرط الحمض

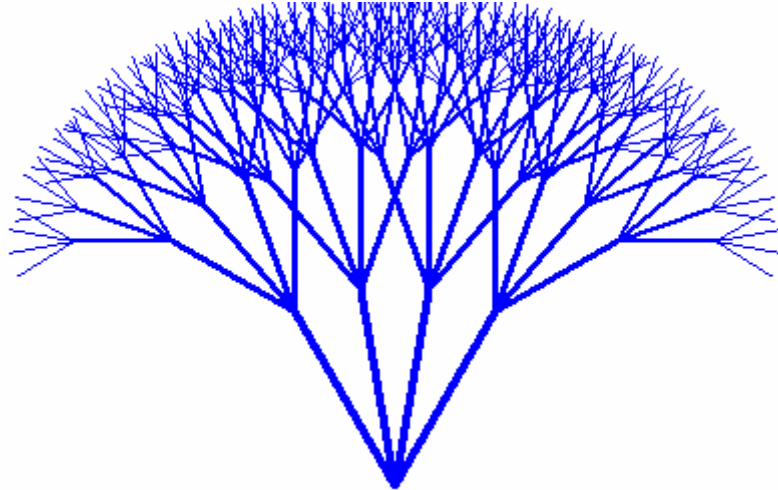
النووي الذي يجمع لتكوين دائرة فركتالية وكلتا الحالتين تنشأ عمليات تولد نموذج فركتالي شبيه بالشجرة.



شكل يوضح محاكاة تجميع دوائر اليكترونية فراكتالية

وتلك يقود شروط تطورها الخصائص الفراكتالية للدوائر مشابه لنظيرتها الطبيعية في المخ البشري ،  
ونتخيل في المستقبل أن يعمل الكمبيوتر بطريقة مشابهة للمخ حيث تعمل الدوائر الفراكتالية كنسيج مدرج في  
منطقة معينة من الدماغ يحسن أو يحفظ وظائف المريض الذهنية

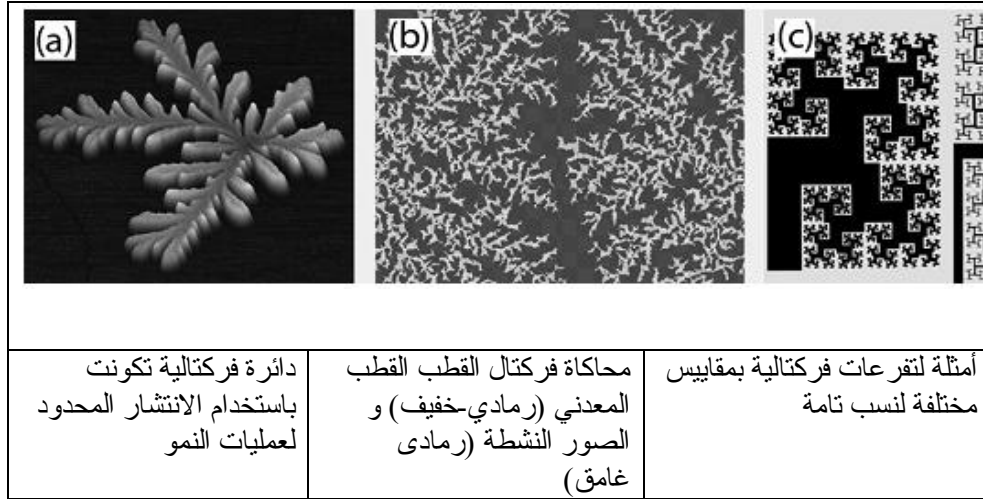




```
cs ht tree 60 100 3 4 0.7
```

```
to tree :angle :size :level :branches :ratio
  localmake "x0 first pos
  localmake "y0 first butfirst pos
  localmake "th heading
  make "branch :angle/(:branches-1)
  repeat :branches [
    setpense list :level+1 :level+1
    pu
    setxy :x0 :y0
    setheading :th-:angle/2+:branch*(repcount-1)
    pd
    fd :size
    if :level>0 [ tree :angle :size*:ratio :level-1 :branches :ratio]
  ]
end
```

شكل يوضح تأثير مجال الفراكتال على الموصلات



وتوجد تطبيقات أخرى لهندسة الفراكتال في إشارات الكلام وأنظمة تمييز الصوت حيث تحظى باهتمام بالغ حالياً فالخصائص الفراكتالية مفيدة في وصف وتصنيف الصوت والصور ومن ثم فالفراكتالات تقدم وصف مبسط لكثير من الأشياء الطبيعية .

وأخيراً يهتم علم النانوي بالبحث عن وحدات صغيرة تشابه أشياء كبيرة وهذا بشدة ببعض مفاهيم الرياضيات مثل التوازي وتثليث الأضلاع والزوايا و التشابه وقوانين الأسس السالبة واللوغاريتمات والدوال ، ويظهر العرض السابق أهمية تطبيقات الرياضيات التكنولوجية والتأكيد على ان الرياضيات تصف الحياة في كل شئ من مجاري الأنهار وحتى السحب والنباتات وإشكال توزيع أجهزة جسم الإنسان ، فالرياضيات لغة عالمية لوصف الحياة وبالتالي فهي تعبر عن كل شيء سواء حركته تتبع نظرية الانتظام او نظرية الفوضى والمجالات الفيزيائية المتجانسة وغير المتجانسة وعلم الكون وحركة الأجرام السماوية ، ولكن ذلك يرتبط بطريقة تقديم الموضوعات و محتواها ومناسبته للمرحلة العمرية ، إذ ينبغي مراعاة المستوي المعرفي للمتعلم ، وربما يعيدنا للمنهج الحلزوني ، ومحاور التكامل بين الرياضيات والعلوم الأخرى خاصة في مرحلة التعليم الأساسي ، وهناك حاجة لحذف الحشو الموجود بمناهج الرياضيات وجعل الرياضيات محببة للمتعلم ، شريطة أن تكون خبرات تعلمها تتضمن خبرات

سارة مثل النجاح والفهم والتفهم لدورها.

فالرياضيات لها تطبيقات في الفيزياء و التكنولوجيا و الكيمياء و البيولوجي و الجيولوجيا ونظرية النسبية العامة .... الخ ، والجدير بالذكر أن الفيزياء النظرية هي رياضيات كما أن الكثير من مفاهيم الرياضيات مثل التماثل و الفراكتال و الدوال ... الخ تعتبر من المفاهيم الربط ليس بين فروع الرياضيات فقط بل بين الرياضيات و العلوم الأخرى.

### لتدريس الفراكتال هناك حاجة لتطوير مقررات الرياضيات :

- ١- تدريس لغة اللوجو عبر سنوات دراسية عديدة فهي تساعد على فهم كيفية تصميم الفراكتالات.
- ٢- تدريس مفاهيم الزاوية و التنصيف و التوازي و التثليث للأضلاع و الزوايا و المضلعات .
- ٣- تدريس التشابه بين المضلعات و المجسمات ، ويعتبر مع الأسس من المفاهيم الأساسية ذات التطبيقات في علم النانو.
- ٤- لتدريس الفراكتال الجبري يجب تدريس مفاهيم : الأعداد المركبة و رسم الدوال و الاستعانة ببرمجيات جاهزة مثل : Xaos.
- ٥- مفاهيم هندسة التحويلات مثل : الانتقال و الانعكاس و الدوران .
- ٦- الربط بين الفراكتال و الطبيعة و التكنولوجيا و التماثل.
- ٧- مقدمة عن نظرية الفوضى و يحسن ان تكون في المرحلة الثانوية.
- ٨- قوانين الأسس عند تقديم الفراكتالات المتقدمة مثل الجبرية و اللوغارتمات للبعد الفراكتالي.
- ٩- يمكن تدريس رسم الفراكتالات يدويا في :
  - الصفوف العليا من المرحلة الابتدائية و بطريقة استكشافية بالتزامن مع مفاهيم البرمجة بلغة اللوجو .
  - وفي المرحلة الإعدادية يمكن تدريس خصائص الفراكتالات ، و رسمها بلغة اللوجو .
  - أما المرحلة الثانوية فيمكن تدريس الفراكتال الجبري و تطبيقات الفراكتالات في فروع الرياضيات الأخرى و العلوم الأخرى، و يحسن استخدام برمجيات خاصة لرسم الفراكتالات الجبرية .



## المراجع :

- Vladimir Batagelj, DRAWING SPACE-FILLING CURVES IN LOGO,
- **Fractal Pack 1** , Educators' Guide, *Fractals Are SMART: Science, Math & Art!*, **MSWLOGO,G.** Mills ,ver. 6.4h modified Arabic version by Mahmoud Badr,2002, <http://softronics.com>
- أحمد حسين حسن ، "فاعلية برنامج مقترح قائم على التطبيقات الرياضية لهندسة الفراكتال و مبادئ النانوتكنولوجي لتنمية التفكير الإبداعي والتحصيل و الاتجاه نحو الرياضيات لدى طلاب المرحلة الإعدادية" ، رسالة دكتوراه غير منشورة ، كلية البنات ، جامعة عين شمس ، ٢٠١٣م.
- رضا أبو علوان ، فاعلية وحدة مقترحة في هندسة الفراكتال "Fractal geometry" لطلاب الرياضيات بكلية التربية ، الجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس ، مجلة دراسات في المناهج و طرق التدريس ، العدد ٧٢ ، ٢٠٠١م
- رضا أبو علوان ، تضمين هندسة الفراكتال "Fractal geometry" في الرياضيات المدرسية ، المؤتمر العلمي الخامس : التغيرات العالمية و التربوية و تعليم الرياضيات ، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات ، جامعة بنها ، ٢٠٠٥م
- محمد فخري العشري ، فاعلية برنامج تعلم اليكتروني مدمج في تدريس هندسة الفراكتال و تنمية التفكير التحليلي لدى تلاميذ المرحلة الاعدادية ، رسالة دكتوراه غير منشورة ، كلية التربية بالاسماعيلية، جامعة قناة السويس، ٢٠١٣م